UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CAMPUS SOROCABA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS PARA A SUSTENTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

Aprendizagem significativa com ênfase na formação do técnico em manutenção de aeronaves

Ivens Alberto Meyer

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, campus de Sorocaba, no curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Johnny Vilcarromero Lopez

UFSCar - Sorocaba
Fevereiro/2018

Aprendizagem significativa com ênfase na formação do técnico em manutenção de aeronaves

Ivens Alberto Meyer

Orientador:
Prof. Dr. Johnny Vilcarromero López

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Física (PROFIS-So) da Universidade Federal de São Carlos, campus de Sorocaba, no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Profa. Dra. Fernanda Keila Marinho da Silva

James Alves de Souza

Prof. Dr. James Alves de Souza

Prof. Dr. Raphael de Oliveira Garcia

Sorocaba
Agosto de 2017

Alberto Meyer, Ivens

Aprendizagem significativa com ênfase na formação do técnico em manutenção de aeronaves / Ivens Alberto Meyer. -- 2017.
230 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador: Prof. Dr. Johnny Vilcarromero López
Banca examinadora: Prof. Dr. James Alves de Souza, Profa. Dra. Fernanda Keila Marinho da Silva
Bibliografia

1. Aprendizagem significativa. 2. Torque. 3. Mecânico manutenção. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).
DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Uma pessoa que nunca cometeu um erro, nunca tentou nada de novo

Albert Einstein

AGRADECIMENTO

Como chegar a um momento tão importante de minha vida, representado pela evolução de minha carreira acadêmica, sem que pudesse desde o início contar com o suporte de minha família? Quando falo de minha família, quero referenciar a minha gratidão a todos os membros que a ela pertencem. Primeiramente agradeço a minha esposa, que, com sua solicitude, nunca deixou que saísse de meu horizonte o desejo pelo estudo (embora não tenham sido poucos os momentos em que desviei meu olhar para outras proas). Agradeço também aos meus filhos, que sempre foram verdadeiros parceiros, tomando as minhas responsabilidades como suas e colaborando com períodos temporais dispostos para que eu pudesse dedicar aos estudos. Com certeza cada um, a seu modo, me auxiliou em muitos momentos de desenvolvimento do presente trabalho.

Quero conferir uma lembrança especial a meus pais que, por acreditarem em meu potencial, sempre se esforçaram ao máximo para não me deixar faltar nunca o acesso a uma boa educação. Recordo-me, sobretudo de minha mãe que, como modista, dedicava-se até avançadas horas da noite durante ao final da semana, e, por vezes, também aos finais de semana, para garantir o provimento financeiro necessário ao pagamento de meus estudos. Além disso, lembro-me de meu amado pai, a quem tive e tenho sempre como um ícone a ser alcançado. Este sempre soube dedicar parte de seu tempo e sabedoria para me oferecer orientação para vencer as dificuldades da vida, orientando-me a seguir os passos da boa educação, da honestidade e da perseverança, dentre outros predicados, que sempre sustentaram sua conduta. Toda a preocupação de meu pai era para que cada um de nós (eu e meus irmãos) pudéssemos alcançar os nossos objetivos sem grandes reveses. Lamento, apenas, que, como muitas outras pessoas, somente dei o valor adequado a todo o esforço de meu pai quando já não mais o tinha ao meu lado. Hoje, com a experiência que de vida possuo, percebo claramente a real dimensão do quanto devo a meus pais por tamanho esforço e privação.

Durante parte do período que participei deste curso de mestrado, permaneci à frente de minhas responsabilidades como docente do Instituto Federal de São Paulo – *campus* São Carlos, local de trabalho onde recebi de todos os colegas e, principalmente, da Coordenação de Área e da Direção, todo o apoio necessário para que pudesse alcançar êxito na missão. Durante este período de capacitação, continuei

cumprindo rigorosamente com as minhas tarefas de docente em sala de aula e, graças a esta oportunidade de concomitância, pude observar a requalificação em minha conduta profissional, ou seja, a maneira como passei a enxergar o exercício de minhas funções, a mudança na tratativa com os meus alunos e a adequação à abordagem do conteúdo. Também, nessa caminhada, os ensinamentos transmitidos pelo brilhante grupo de professores da pós-graduação da UFSCar, em particular do meu orientador Prof. Dr. Johnny Vilcarromero Lopez, foram fundamentais para meu crescimento profissional. Agradeço, em particular, ao Prof. Dr. Johnny pela responsabilidade no exercício de suas tarefas e na condução de meus trabalhos.

Agradeço também a CAPES, por ter concedido a bolsa que financiou a presente pesquisa, e deixo minha admiração por essa Instituição que, em parceria com o MEC, trabalha pela consolidação de estruturas políticas de pós-graduação, pela integração entre pós-graduação, formação de professores e escola básica, e, sobretudo pela produção de conhecimento, demonstrando um compromisso com a valorização do magistério.

Enfim, reconheço meu débito com todos que, de forma direta ou indireta, participaram do processo de produção e consolidação da presente pesquisa de mestrado.

Foi a reunião de todas as pessoas que caminharam comigo neste processo – mencionadas aqui ou não – que formou junto a mim um maravilhoso círculo de amizade, colaboração e, sobretudo, respeito. Ademais, meus companheiros nessa caminhada foram os pilares que sustentaram a minha motivação e o combustível para alimentar as necessidades deste longo processo de pesquisa e construção de um conhecimento novo. Novamente, a todos que colaboram neste processo, deixo meus sinceros agradecimentos.

MEYER, Ivens Alberto. Aprendizagem significativa com ênfase na formação do técnico em manutenção de aeronaves. 2017. 233f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Física – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

RESUMO

A educação técnica profissionalizante encara o desafio de formar profissionais para novas profissões, acarretando a configuração de cursos técnicos que demandam docentes com experiências específicas. O Curso Técnico de Mecânica em Manutenção de Aeronaves é um exemplo de casos dessa natureza. Nesse estudo, elaborou-se um Material Instrucional (MI) voltado para uso de professores e estudantes com interesse nos conceitos de Movimento Circular, Torque, Momento de Inércia, Momento Angular, Precessão Giroscópica e Conservação de energia do movimento angular a partir da referência teórica de David Ausubel. Esses temas devem ser abordados no curso desses futuros profissionais, destacando a necessidade de se promover exemplos, exercícios e atividades práticas de interesse e que representem a demanda formativa desses alunos. A aplicação do MI foi realizada em um Curso Técnico profissionalizante do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), *campus* São Carlos, em que o pesquisador é também professor. A turma é formada por alunos que frequentam o segundo ou terceiro ano do Ensino Médio e que, em horário diferenciado, cursam o complementar Ensino Profissionalizante. O trabalho desenvolvido com o MI demonstrou indícios de boa receptividade junto aos alunos, considerando que os exercícios realizados no pós-teste revelam aumento significativo de acertos.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Manutenção de Aeronaves. Material Instrucional de Física.

ABSTRACT

The professionalizing technical education deals with the challenge of training professionals for new professions, which entails the shaping of technical courses that have a demand for teachers with specific experiences. The Mechanics Technical Course on Aircraft Maintenance is an example of these cases. In the present study, an Instructional Material (IM) was developed, and its usage focused on teachers and students that were interested in the concepts of Circular Motion, Torque, Inertia Momentum, Angular Momentum, Gyroscopic Precession and Energy Conservation of the angular movement, based on David Ausubel's theoretical reference. Such matters should have an approach in the course of these upcoming professionals, highlighting the need of promoting examples, exercises and practical activities of relevance and which represent the training demand of these students. The IM application took place in a professionalizing Technical Course of Instituto Federal de São Paulo (IFSP), São Carlos campus, where the researcher is also a teacher. The class is composed of second or third year students from high school that, at a different time, attend the complementary Professionalizing School. The assignment developed with the IM showed signs of good feedback along with the students, considering that the exercises held in the post-test reveal a significant increase of right answers.

Keywords: Significant Learning. Aircraft Maintenance. Physics Instructional Material.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Percentuais de alunos da 3ª série do Ensino Médio por nível de proficiência no SARESP 2014	20
Figura 2	Identificação do curso	36
Figura 3	Organização do curso	37
Figura 4	Componentes Curriculares	38
Figura 5	Peso de um corpo	40
Figura 6	Outras trajetórias curvilíneas	43
Figura 7	Movimento linear $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	44
Figura 8	Trajetória retilínea e linear de um corpo	44
Figura 9	Trajetória circular	45
Figura 10	Relação entre a corda e o raio de uma circunferência (1 Radiano)	45
Figura 11	Outras trajetórias curvilíneas	46
Figura 12	Relação entre parâmetros lineares e angulares	49
Figura 13	Relação entre equações lineares e angulares	49
Figura 14	Decomposição vetorial da aceleração no MCU	51
Figura 15	Aceleração centrípeta	52
Figura 16a	Relação do Momento de Inércia com a distribuição de massa	54
Figura 16b	Relação do Momento de Inércia com a distribuição de massa	54
Figura 16c	Relação do Momento de Inércia com a distribuição de massa	54
Figura 17	Aplicando o Torque (τ)	55
Figura 18	Diagrama de forças	56
Figura 19	Quantidade Linear X Quantidade Angular	57
Figura 20	Quando a força aplicada não é perpendicular ao braço da alavanca	58
Figura 21	Energia cinética linear ($E_{c_{linear}}$) X Energia cinética rotacional ($E_{c_{rotacional}}$)	59
Figura 22	Relação entre Energia Cinética Linear e Energia Cinética Rotacional	60
Figura 23	Decomposição vetorial do momento angular	61
Figura 24	Demonstração do momento angular em uma fatia do corpo rígido girando	62
Figura 25	Regra da mão direita aplicada ao produto vetorial	64
Figura 26	Demonstração da conservação do momento angular	66
Figura 27	Apresentação do efeito da precessão	69
Figura 28	Mudança do eixo de rotação do momento angular ($\vec{L}$)	70
Figura 29	Demonstração do comportamento matemático da precessão	71
Figura 30	Mapa Conceitual - Conservação do momento angular	72
Figura 31	Conservação do momento angular com a variação do momento de inércia	73

Figura 32	Demonstração da conservação do momento angular com roda de bicicleta	74
Figura 33	Fluxo da aplicação deste trabalho	75
Figura 34	Grupo de alunos do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula	77
Figura 35	Questionário de conhecimento básico	79
Figura 36	Página do caderno de Teste de Conhecimentos	81
Figura 37	Capa da apostila	84
Figura 38	Experiência 01 - Hélice instalada na aeronave	86
Figura 39	Experiência 01 - Pá da hélice já dividida em 03 estações de igual comprimento	86
Figura 40	Experiência 01 - Protactor ou medidor de nível angular	87
Figura 41	Experiência 01 - Medição do grau de incidência da pá em cada uma das estações usando o protactor	87
Figura 42	Experiência 1 - Parte do texto extraído da Especificação Operativa EA 2001-T8	87
Figura 43	Experiência 1 - Experimento proposto para o cálculo da velocidade linear	88
Figura 44	Experiência 1 - Variação do C_L para mudanças do ângulo de ataque.	90
Figura 45	Experiência 1 - Tacômetro óptico utilizado na medição	91
Figura 46	Experiência 1 - Realizando a medição da velocidade angular da hélice	91
Figura 47	Matematização a ser discutida nos experimentos 2 e 3	92
Figura 48	Tela da Aba de Simulação de Torque do Simulador de Torque da PHET	92
Figura 49	Experiência 2. Encaixando o soquete de $3/8$" do torquímetro de estalo no parafuso do conjunto da hélice	93
Figura 50	Faixa de medição disponível no torquímetro $de\ 0{,}5\ a\ 3{,}4\ Kgfm$	93
Figura 51	Balança de mola conhecida também como "balança de peixeiro"	93
Figura 52	Faixa de medição disponível na balança de peixeiro de 1 à $11kg$	93
Figura 53	Experiência 2. Calibrando o torquímetro par a $1\ kgfm$	94
Figura 54	Experiência 2. O braço do torquímetro foi dividido em duas seções. St_{01} de $0{,}19m$ e a St_{02} de 0,38m	94
Figura 55	Experiência 2. Aplicando a força de $5{,}2kgf$ no braço do torquímetro (St_{01}) de $0{,}19m$, calculado pelos alunos	95
Figura 56	Experiência 2. Detalhe da aplicação de forca de $5{,}2kgf$ sendo medida com a balança de peixeiro	95
Figura 57	Experiência 3. Aeronave na qual será realizado o procedimento técnico	96
Figura 58	Experiência 3. Detalhe dos parafusos que prendem a hélice à flange do motor	96
Figura 59	Experiência 3. Torquímetro de vara	96
Figura 60	Torque de aperto dos parafusos da hélice Sensenik de acordo com o manual do fabricante	97
Figura 61	Experiência 3. Detalhe do ajuste de $34{,}32Nm\ \Leftrightarrow 3{,}5\ kgfm$	97

Figura 62	Experiência 3. Medição do torque, em que é possível verificar $3{,}5kgf \iff 7{,}6\ kgf(força)\ X\ 0{,}46m(braço)$	97
Figura 63	Experiência 3. Detalhe da medida do braço do torquímetro de vara	98
Figura 64	Experiência 3. Rascunho da matematização feita por um grupo de alunos	98
Figura 65	Experiência 3. Outras medições realizadas pelos alunos. Divisão da pá em seções St01 e St02 ou braços.	99
Figura 66	Experiência 3. Outras medições realizadas pelos alunos. Medição do torque necessário para girar a hélice em função do braço St01 e St02	99
Figura 67	Simulador na forma de um jogo para ensinar o que é o peso, o que é a massa e qual o papel da gravidade no universo	100
Figura 68	Experiência 4. Tacômetro óptico utilizado para medir a rotação	101
Figura 69	Experiência 4. Balança de precisão	101
Figura 70	Experiência 4. Motor elétrico AC de $3570RPM$ utilizado para acelerar a roda da bicicleta	101
Figura 71	Experiência 4. Pedal utilizado para ligar e desligar o motor elétrico	101
Figura 72	Experiência 4. Medida do raio do rebolo ($0{,}66m$) que acelerará a roda da bicicleta	102
Figura 73	Experiência 4. Detalhe da película reflexiva que será utilizada para a medição da rpm com o tacômetro óptico	102
Figura 74	Experiência 4. Medida da velocidade angular ($3574rpm$) do rebolo de aceleração da roda da bicicleta com o tacômetro óptico	103
Figura 75	Experiência 4. Detalhe da medida de velocidade angular ($3546\ rpm$) do rebolo de aceleração da roda de bicicleta com o tacômetro por contato.	103
Figura 76	Experiência 4. Roda da bicicleta com detalhe da película reflexiva para medição da rotação pelo tacômetro óptico	104
Figura 77	Experiência 4. Diâmetro da roda da bicicleta de $26"$ impresso em alto relevo no pneu da bicicleta	104
Figura 78	Diagrama do processo de aceleração da roda de bicicleta	105
Figura 79	Simulador PHET para momento de inércia	106
Figura 80	Experiência 4. Demonstrando o eixo de rotação do corpo	108
Figura 81	Experiência 4. Demonstração da rotação do corpo como um todo em torno do eixo x	108
Figura 82	Experiência 4. Demonstração da rotação do corpo como um todo em torno do eixo y	109
Figura 83	Experiência 4. Aplicando rotação na roda de bicicleta. Neste caso, a velocidade angular é de $113{,}9\ rpm$	109
Figura 84	Simulador PHET para momento angular	110
Figura 85	Experiência 5. Rascunho demonstrando a rotação do corpo em razão exclusiva do torque produzido pelo seu peso	111
Figura 86	Experiência 5. Prática análoga ao modelo apresentado na Figura 82	111

Figura 87	Experiência 5. Demonstração da presença do momento angular (L) a partir do momento em que o corpo é rotacionado, ou seja $\omega > 0$. Aplicado a regra da mão direita para determinar a direção do (L)	111
Figura 88	Experiência 5. Demonstração (1) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular	112
Figura 89	Experiência 5. Demonstração (2) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular	112
Figura 90	Matematização da precessão	113
Figura 91	Matematização da precessão apresentada nas figuras 87 e 88	114
Figura 92	Matematização da velocidade de precessão	114
Figura 93	Experiência 6. Plataforma giratória Cidepe	115
Figura 94	Experiência 6. Peso conhecido como Alteres com 2kg de massa cada	115
Figura 95	Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 36 voltas por minuto com os braços recolhidos	116
Figura 96	Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 10 voltas por minuto com os braços estendidos	116
Figura 97	Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta sem rotação	116
Figura 98	Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CCW	116
Figura 99	Experiência 08. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CW	117
Figura 100	Distribuição dos alunos por gênero	118
Figura 101	Alunos agrupados por Idade 1	119
Figura 102	Alunos agrupados por Idade 2	121
Figura 103	O ensino fundamental e nossos alunos	123
Figura 104	O ensino médio e nossos alunos	124
Figura 105	Nível de proficiência no SARESP 2014	124
Figura 106	Distribuição dos assuntos abordados no teste de conhecimentos	126
Figura 107	Tendência linear do conhecimento expresso pelo grupo de alunos no pré teste	127
Figura 108	Distribuição dos acertos na aplicação do pré-teste de conhecimentos	128
Figura 109	Distribuição dos acertos na aplicação do pós-teste de conhecimentos	129
Figura 110	Tendência linear do conhecimento expresso pelo grupo de alunos no comparativo do pré-teste e pós-teste	130
Figura 111	Resultado da aplicação do MI	131

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Roteiro de atividades	80
Tabela 2	Classificação dos assuntos no teste de conhecimentos	82
Tabela 3	Perfil relevante ao trabalho com respeito ao grupo de alunos	120

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AM	Aprendizagem mecânica
ANAC	Agência Nacional da Aviação Civil
AS	Aprendizagem significativa
CTSA	Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente
EPS	Ensino Potencialmente Significativo
MI	Material Instrucional
MC	Mapa conceitual
MNPEF	Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SBF	Sociedade Brasileira de Física
SI	Sistema Internacional de Medidas
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TIC	Tecnologia, Informação e Comunicação
UEPS	Unidades de Ensino Potencialmente Significativas
UFSCAR	Universidade Federal de São Carlos
MCU	Movimento Circular Uniforme
LDB	Lei de Diretrizes e Bases

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 Objetivos gerais 24
1.1 Objetivos específicos 25
1.3 A sistematização desta dissertação 26

2 REFERENCIAL TEÓRICO 27
2.1 A Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) 27
2.2 Material de ensino potencialmente significativo 28
2.3 Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) 29

3 CURSO TÉCNICO EM MECÂNICA DE MANUTENÇÃO DE AERONAVES 33

4 CONCEITOS DE FÍSICA 39
4.1 Movimento Circular Uniforme 39
4.2 Torque e momento de inércia 53
4.3 Momento Angular 60
4.4 Conservação da energia 66
4.5 A precessão giroscópica 68
4.6 A conservação do momento angular 72

5 APLICAÇÃO DO TRABALHO 75
5.1 Os atores 77
5.2 O perfil do trabalho 77
5.3 Etapas de aplicação 83
5.3.1 O primeiro encontro: Apresentação do trabalho 83
5.3.2 O segundo encontro: Movimento Circular Uniforme 85
5.3.3 O terceiro encontro: Torque 91
5.3.4 O quarto encontro: Momento de inércia e angular 100
5.3.5 O quinto encontro: Conservação do momento angular 115
6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 118

7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS 132

REFERÊNCIAS **134**
APOSTILA **136**

1 INTRODUÇÃO

A formação técnica de mecânicos de manutenção na área da aviação civil brasileira vem sendo motivo de preocupação, seja pela escolha precipitada dos adolescentes por este tipo de formação profissional, seja pela falta de docentes com efetiva experiência profissional neste âmbito.

Nesse sentido, a escolha precoce, por parte dos alunos, da opção a ser escolhida para sua formação profissionalizante, associada a uma inadequada capacitação de professores no âmbito da aviação civil, representam algumas das dificuldades na formação de técnicos de manutenção em aeronaves. A estes fatos acrescentamos a deficiência quanto à disponibilidade de material didático específico para a referida área no idioma português, o que dificulta a jornada da preparação profissional destes jovens.

Embora a educação pública brasileira, de maneira geral, apresente um quadro ainda precário, com baixos salários, formação precária, poucos incentivos à docência e escolas sucateadas, dentre tantos outros problemas, ainda existem muitas possibilidades a serem exploradas para melhorar este cenário. Temos também um embate entre quantidade e qualidade da educação, e este é ainda mais crítico nos cursos profissionalizantes, visto que os docentes, além de dominar a “arte” de ensinar, devem também estar capacitados na área específica, como ocorre no caso do especialista em manutenção de aeronaves, tema sobre o qual versa esta pesquisa.

O sistema educacional foi ampliado e o ensino profissionalizante abraçou novos desafios, oferecendo treinamento para profissões pouco tradicionais, como para técnico de manutenção em aeronaves. Entretanto a qualidade no ensino, de maneira geral, ainda não foi garantida, por exemplo, problemas como a repetência e a evasão, fortemente presentes até o momento, foram acrescidos a problemas relacionados ao analfabetismo funcional e à não aprendizagem ao final da escolaridade obrigatória (atual 3º ano do ensino médio).

De acordo com Moreira (2011, p.2);

> Na escola, seja ela fundamental, média ou superior, os professores apresentam aos alunos conhecimentos que eles supostamente devem saber. Os alunos copiam tais conhecimentos como se fossem informações a serem memorizadas, reproduzidas nas avaliações e esquecidas logo após. Esta é a forma clássica de ensinar e aprender, baseada na narrativa do professor e na aprendizagem mecânica do aluno.

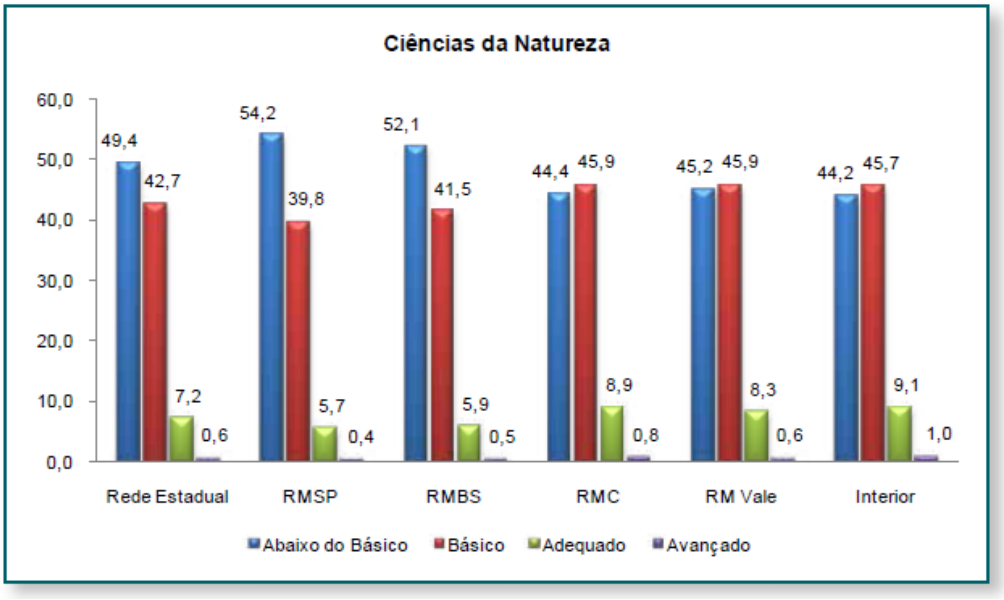
O ensino formal, atualmente, de acordo com a LDB 9394/96, divide-se em Educação Infantil, Ensino Fundamental (I e II), Ensino Médio e Ensino Superior. As disciplinas são, nos anos iniciais do ensino fundamental (EF I – de 1° a 5° ano), ministradas por um docente que atua de forma polivalente, ensinando todas as disciplinas do currículo escolar (com exceção de artes, línguas modernas e educação física, em alguns sistemas de ensino). A partir do Ensino Fundamental II (EF II – de 6° a 9° ano) surge a figura do especialista em todas as disciplinas do currículo escolar e, por conseguinte, no ensino das ciências, que nos interessa neste trabalho. A partir deste período escolar a disciplina de ciências é dividida, geralmente, em química, física e biologia, e passa a ser ministrada, como já explicitado, por profissionais especialistas nas áreas.

O presente trabalho tem como escopo o Ensino Médio Profissionalizante, o que requer do docente uma especialidade na disciplina a ser ministrada e também na profissão a qual se refere o curso. Ou seja, fazendo alusão aos ensinamentos de matemática com tijolos de Paulo Freire, o professor, no caso da presente pesquisa, deve ensinar física por meio de sua experiência com práticas das funções desempenhadas por um técnico em manutenção de aeronaves.

Todavia, ainda há redes de ensino que não possuem profissionais especialistas para ministrar a disciplina de Física. Nestes casos, as aulas da referida disciplina são dirigidas por profissionais de áreas correlatas, como Matemática e Química, o que dificulta o trabalho caso estes educadores tenham a necessidade de ministrar aulas em cursos profissionalizantes.

No que concerne aos alunos, os processos avaliativos externos (como o SARESP - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) indicam resultados precários no que tange ao domínio das Ciências por parte dos estudantes dos 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio. Na figura 1, podemos verificar os resultados do SARESP de 2014 dos alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Figura 1: Percentuais de alunos da 3ª série do Ensino Médio por nível de proficiência no SARESP 2014[1]



Fonte: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Disponível em: http://file.fde.sp.gov.br/saresp/saresp2014/Arquivos/RELATORIO_PEDAGOGICO_CIENCIAS_CIENCIAS_DA_NATUREZA.pdf . Acesso em 16 set. 2016.

Como visto na Figura 1, quase metade dos alunos, das diversas redes, apresentam resultados abaixo do básico no SARESP, enquanto poucos (menos de 10%) conseguem atingir o nível adequado ou avançado.

De acordo com o estudo apresentado por Auth (1995), o ensino tradicional de Física nos cursos secundários representa um entrave à compreensão dos conceitos físicos por parte dos alunos. Em seu estudo, o autor adota a perspectiva de ensino de Física que

> [...] coloca ênfase nas leis da conservação da física, o que pode propiciar a determinação de um fio condutor no plano curricular. Além disto, vai ao encontro da perspectiva educacional temática e unificadora, sistematizada por Angotti (1982) que elege regularidade e transformações como conceitos unificadores de primeira ordem. Esta abordagem possui características conceituais, aproximando-se de trabalhos didáticos -pedagógicos na qual a compreensão fenomenológica é destacada, isto é, realizada através de descrições de situações com pretensões de serem cotidianas. (AUTH, 1995, p.41).

[1] RMSP – Rede Municipal de São Paulo; RMBS – Rede Municipal da Baixada Santista; RMC – Rede Municipal de Cubatão; RM Vale – Rede Municipal do Vale do Paraíba

Ainda, o autor procura demonstrar a necessidade da ligação entre o conceito físico a ser abordado em sala de aula e os possíveis aspectos do cotidiano do aluno, tomando como exemplo o material sobre conservação do momento linear e sua relação com a questão da segurança no trânsito (uso do cinto de segurança; dirigir veículos automotores de forma imprudente).

Na linha de pensamento do autor (AUTH,1995), a atividade prática deve ser desenvolvida inicialmente sem o conhecimento prévio da teoria física, utilizando como referencial o conhecimento do senso comum. Em contrapartida, a atividade teórico-experimental demanda conhecimento da teoria física, pois exige análises científicas do fenômeno e depende da alfabetização técnica, explicitada por Anderson & Bazin (1977), que se refere às aptidões científicas e técnicas que os alunos necessitam desenvolver para poderem compreender as atividades teórico-experimentais a serem aplicadas.

Segundo Bozelli (2005), há um crescente interesse dos pesquisadores em avaliar o uso de modelos, analogias e metáforas no ensino de Ciências. A proposta desta utilização, segundo o autor, é a de despertar a atenção dos alunos em sala de aula, fazendo com que eles se sintam mais à vontade na discussão de conceitos relacionando-os a outros e à situações semelhantes.

Tendo em vista os estudos supracitados, é evidente que há uma preocupação com o uso de analogias em sala de aula ou de livros didáticos específicos em nível de Ensino Fundamental ou Médio. Neste contexto, este trabalho procura avançar nessa temática ao investigar as condições de uso destes materiais e práticas alternativas no Ensino Técnico Profissionalizante, verificando as condições de produção e utilização dos mesmos pelo professor e pelos alunos.

O trabalho foi realizado junto a um grupo de alunos que cursaram, no segundo semestre do ano de 2016, o segundo semestre do Curso Técnico em Mecânica de Manutenção em Aeronaves, oferecido pelo Instituto Federal de São Paulo, *Campus* São Carlos. Estes alunos, majoritariamente, cursavam, concomitante ao Curso Técnico, os segundos ou terceiros anos do Ensino Médio regular na rede pública.

A presente pesquisa, portanto, insere-se neste contexto de preocupação com o ensino de Física, de forma mais específica com o ensino de Física no Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves, além de com a formação de professores para atuar neste segmento do mercado.

Segundo da Rosa e Becker da Rosa (2005, p. 4), o ensino de Física no Brasil é recente, tendo seu início de forma sistematizada a partir de 1837, com a fundação do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro. Já em 1934, surge o primeiro curso de graduação em Física no país, em São Paulo, com o objetivo de formar bacharéis e licenciados destinados a ensinar a disciplina nos diversos níveis de ensino. A autora aponta ainda que, em decorrência do processo de industrialização, é na década de 50 que o ensino de Física toma corpo e se insere desde o Ensino Fundamental, até o Ensino Médio.

No início do tratamento da disciplina em âmbito escolar, as aulas de Física eram orientadas por livros-texto, que a traziam enquanto campo estático da ciência, com conhecimentos acabados, e a apresentava de forma matemática, fornecendo aos alunos a prática dos algoritmos matemáticos envolvidos na resolução de problemas. Essa abordagem contribui muito para a visão que ainda se perpetua da Física enquanto ciência afastada do cotidiano, desenvolvida e compreendida por poucos, estes, muitas vezes, considerados “gênios”.

Segundo da Rosa e Becker da Rosa (2005, p. 2);

> Esta tendência em direcionar o ensino de Física à resolução de problemas, que normalmente estão recheados de cálculos, fortemente influenciados pelo uso do livro didático, tem sido tema de sérias críticas às editoras e, por consequência aos autores das obras. A maioria dos livros que circulam nas escolas apresentam os conteúdos como conceitos estanques, dando o caráter de Ciência acabada e imutável a Física. Porém, o mais problemático das obras está na forte identificação que elas agregam entre a Física e os algoritmos matemáticos. Os textos e, principalmente, os exercícios são apresentados como matemática aplicada, na qual a questão fundamental se resume a treinar o estudante na resolução de problemas algébricos.

Na década de 60, é traduzido no Brasil, pela editora da UnB, o curso de Física desenvolvido pela PSSC (*Physical Science Study Comitee*), que consistia, conforme apresenta Moreira (2000), em um guia curricular completo e não apenas para livros didáticos. O curso, ainda, trazia materiais educativos inovadores frente às propostas anteriores.

Na década de 70, diante das necessidades colocadas pela modernidade, o ensino de Ciências passa a ter destaque como forma de viabilizar o progresso. Ainda neste período, a educação brasileira passou por reformas (com a promulgação da lei 5692/71), que estipularam a formação técnica de segundo grau, objetivando uma

formação rápida para acesso ao mercado de trabalho. Assim, o ensino de ciências teve que ser adaptado a esta nova realidade dos currículos escolares.

Nas décadas de 80 e 90 surge o debate acerca das interfaces existentes entre Ciências e Tecnologia e, em decorrência disso, o ensino de Ciências a nível mundial passou por transformações importantes. Entretanto, no que tange ao cenário nacional, pouco foi modificado. Rosa (2005, p. 6) afirma que

> Hoje, no início do século XXI, mais de cem anos de história se passaram desde a introdução da Física nas escolas no Brasil, mas sua abordagem continua fortemente identificada com aquela praticada a cem anos atrás: ensino voltado para a transmissão de informações através de aulas expositivas utilizando metodologias voltadas para a resolução de exercícios algébricos. Questões voltadas para o processo de formação dos indivíduos dentro de uma perspectiva mais histórica, social, ética, cultural, permanecem afastadas do cotidiano escolar, sendo encontradas apenas nos textos de periódicos relacionados ao ensino de Física, não apresentando um elo com o ambiente escolar. Frente a esta situação do ensino de Física no Brasil, muitos pesquisadores e grupos de pesquisa preocupados com a qualidade da educação no país, têm buscado propor metodologias novas que favoreçam a aprendizagem dos alunos e seu interesse pela disciplina.

Como docente atuante desde o ano de 1984, e, atualmente, docente dedicado ao ensino profissionalizante na área da aviação civil, sempre foi muito comum, ao receber os alunos para o início das aulas, identificar um expressivo desconhecimento sobre o real significado da escolha do curso profissionalizante, ou seja, muitos não sabem ao certo o que o curso selecionado representa para a construção do seu futuro profissional.

A escolha do adolescente é, por vezes, desprovida de um bom critério, e isto contribui significativamente para o indesejável processo de retenção e a posterior evasão do curso escolhido. A evasão percebida no terceiro ano do ensino médio profissionalizante ainda é menor que a identificada em situações de ensino posteriores. Isto acontece em função da idade dos participantes que, em sua grande maioria, são menores de idade, estando sob a responsabilidade de seus pais, que garantem a permanência dos mesmos em sala de aula, independentemente de suas insatisfações e frustações com o resultado da escolha feita.

Considerando o Ensino Médio Profissionalizante, é de se esperar que o jovem tenha alguma preferência no momento de sua escolha. Esta opção está relacionada

com as suas habilidades cognitivas e suas perspectivas a respeito de uma dada formação profissional.

Neste trabalho, a preocupação em ensinar está centrada no aluno, pois entendemos que é a partir do histórico destes sujeitos que podemos desenvolver atividades de ensino-aprendizagem significativas. Sendo assim, a abordagem dos procedimentos envolvendo a discussão de fenômenos físicos deve buscar despertar, em cada jovem, também, sua criatividade. Este despertar do jovem para a disciplina deve obedecer a uma evolução sequencial logicamente estruturada para a compreensão dos conceitos e, ao final de cada proposta, deve ser permitido ao aluno validar o emprego prático dos novos conhecimentos adquiridos.

O jovem, de maneira simples e própria de sua idade, quando pensa em um curso de manutenção de aeronaves, logo associa as aulas à atividades relacionadas à operação de aeronaves, sejam estas de asa fixa (avião) ou asa rotativa (helicóptero), ou seja, já se imagina em um cenário no qual estará atuando bem próximo a uma dessas máquinas.

Ocorre, entretanto, que a expectativa de aprendizagem do jovem precisa ser conciliada com a metodologia desenvolvida em sala de aula. Ou seja, somente o ensino tradicional de teoria não colabora para a compreensão e para a aplicação de procedimentos práticos que deverão ser executados. Caso contrário, a frustração do jovem na sua formação técnica lhe causa desmotivação que compromete o processo de compreensão deste aprendiz.

1.1. Objetivos gerais

O sucesso na instrução profissionalizante não é diferente de outros tipos de sucesso que podem ser obtidos. Sendo assim, ele também é “medido” pelo grau de aproveitamento do conhecimento aplicado. Neste sentido, o objetivo geral do presente trabalho é propor um conjunto de estratégias didáticas de ensino de física significativo para um curso técnico profissionalizante de formação de mecânicos de aviação civil. Esta proposta de ensino, doravante MI[2], envolve práticas de ensino-aprendizagem que relacionam teoria e prática, propiciando aos alunos, desde sua formação, a vivência em ambiente profissional, e capacitando-os para atuar com confiança em

[2] Material Instrucional. Ressaltamos que o MI é parte da apostila apresentada como produto deste trabalho. Assim, muitas vezes, no texto, tomamos MI e apostila como sinônimos, pois compõem o mesmo material.

adversidades (como com a falta de equipamentos tecnológicos, etc). Em adendo, propomos algumas discussões acerca da formação de professores.

1.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho consistem em:

a) Verificar se é possível melhorar o aproveitamento do conhecimento dos alunos a partir da utilização de um material construído especificamente para a formação de técnicos de manutenção na área da aviação civil. Este material deve servir como instrumento de orientação para o aluno e também para o professor, estabelecendo um caminho para a apresentação de uma teoria contextualizada e apoiada na prática de experimentos. Este material também deve conduzir a aplicação dos conhecimentos teóricos em paralelo à prática de procedimentos técnicos, contribuindo para a capacitação do docente e para o aprendizado do aluno.
b) Enfatizar, quanto à abordagem do material, o tratamento de alguns fenômenos da Física relacionados à Cinemática, são eles: movimento circular e uniforme, torque ou momento de inércia, momento angular, conservação de energia, giroscópio e precessão giroscópica. A escolha destes tópicos foi feita, pois estes são fenômenos presentes em procedimentos de manutenção em aeronaves, sejam elas de asa fixa (avião) ou de asa rotativa (helicóptero). Portanto, o aprendizado destes conceitos é de grande relevância para o exercício das funções como técnico em manutenção de aeronaves, sendo necessário para a compreensão do funcionamento de componentes envolvidos na construção aeronáutica.
c) Demonstrar e comprovar, com a elaboração do material específico, a partir da prática de experimentos e da utilização de diferentes tipos de instrumentos de medição, a presença dos fenômenos físicos abordados e a fixação das abordagens teóricas matematizadas. Os procedimentos sugeridos devem refletir ações técnicas utilizadas em campo na solução dos problemas reais.

1.3 A sistematização desta dissertação

A presente dissertação está dividida em 7 capítulos. No capítulo 1 realizamos algumas considerações com o objetivo de explorar uma parte do cenário educacional na área de cursos profissionalizantes. No Capítulo 2 apresentamos o referencial teórico, de maneira sucinta – porém suficiente, que embasa nossos estudos. No Capítulo 3, destinamos o espaço à uma apresentação sobre o curso técnico em mecânica de manutenção de aeronaves, apresentamos o conteúdo de física utilizado para cumprir o processo de aplicação e de utilização do MI. Já no Capítulo 4, que se refere à aplicação dos conceitos de física que serão abordados na aplicação do MI e das atividades práticas. No Capítulo 5, relatamos a aplicação do trabalho, enfatizando os resultados. No capítulo 6 é feita a discussão dos resultados, apresentando, para tanto, interpretações gráficas que salientam pontos positivos e negativos no desenvolvimento da pesquisa. No Capítulo 7, que consiste nas conclusões e nas considerações finais, fazemos um fechamento sobre o desenvolvimento do trabalho e sugerimos encaminhamentos para outras pesquisas em nosso campo. Por fim, apresentamos as referências utilizadas para o desenvolvimento da pesquisa e, em seguida, encontram-se os anexos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS)

Para Moreira (2012) a Aprendizagem Significativa é uma interação entre o novo e o efetivo conhecimento dos sujeitos. Estes conhecimentos – novo e efetivo – quando se relacionam, promovem mudanças. O que se percebe, quando um novo conhecimento é apresentado ao aluno e este o assimila, através do meio de aplicação, é uma relevância desta “conquista” e o esforço pelo estabelecimento de uma relação entre o que foi aprendido e outros fatos que já são de conhecimento do aprendiz. Desta coesão resulta uma transformação simultânea entre o conhecimento novo e o efetivo, pois o conhecimento efetivo serve de suporte para a outorga de novos significados à informação, e, por conseguinte, ao se relacionar com o conhecimento novo, também o efetivo se modifica progressivamente. Como visto, na abordagem da Aprendizagem Significativa, a estrutura cognitiva efetiva do aluno está em permanente mutação.

Esta é, ainda, uma teoria de aprendizagem ágil, que entende que o conhecimento é construído continuamente. Neste tipo de aprendizagem, o novo conhecimento não chega a ser assimilado de maneira fiel à sua origem, pois tão logo desperte o interesse no aprendiz, este já o interpreta de um modo especial, relacionado às suas experiências de vida e conhecimentos prévios, e sob influência de diversos agentes. O fato é que todos os jovens têm suas preferências, suas simpatias e idiossincrasias, ou seja, seu modo de ver, sentir e reagir diante de conceitos e fatos da vida.

Moreira (2012), salienta as diferenças entre aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica:

> Aprendizagem sem atribuição de significados pessoais, sem relação com o conhecimento preexistente, ***é mecânica***, não significativa. Na aprendizagem mecânica, o novo conhecimento é armazenado de maneira arbitrária e literal na mente do indivíduo. O que não significa que esse conhecimento seja armazenado em um vácuo cognitivo, mas sim que ele não interage significativamente com a estrutura cognitiva preexistente, não adquire significados. Durante um certo período de tempo, a pessoa é inclusive capaz de reproduzir o que foi aprendido mecanicamente, mas não significa nada para ela (MOREIRA, 2012 p.6).

A diferenciação progressiva consiste na aquisição de novos significados, por meio do processo de Aprendizagem Significativa, de forma progressiva, pela estrutura

cognitiva do aprendiz. Neste sentido, por exemplo, a partir do conceito de “momento”, já pré-existente, o aprendiz evolui e aprende significativamente o que é momento inercial, linear e angular – conceitos caros à Física. Desta maneira, o subsunçor “momento” é implementado com novos sentidos, adquiridos pelo contato com novos conhecimentos.

Há, por sua vez, a reconciliação integrativa, que tem foco na aprendizagem significativa e entende o concebimento de novas relações a partir do entroncamento de ideias, de conceitos e de proposições que já foram apropriadas no plano cognitivo. Para Moreira (2012), a reconciliação integrativa representa as relações entre os subsunçores.

De maneira geral, no processo de aprendizagem, os conhecimentos – antigos e novos – são relacionados. Como visto, conhecimentos já compreendidos e fixados podem ser relacionados a outros no processo de aprendizagem e, então, adquirirem novos significados. Outro exemplo neste sentido é a aprendizagem sobre máquinas elétricas e máquinas eólicas, que, uma vez assimiladas à estrutura cognitiva do sujeito, pode colaborar para a construção e compreensão de conceitos mais abrangentes como o de aproveitamento do ecossistema na geração de energia elétrica.

2.2 Material de Ensino Potencialmente Significativo (EPS)

A proposta deste estudo é abordar o desenvolvimento de um processo que faça uso, a partir de um método de ensino adequado, de um conjunto de ferramentas e instrumentos já disponíveis no ambiente de trabalho, a fim de que seja propiciada uma aprendizagem mais eficiente para os alunos do ensino médio profissionalizante. Este é o caso do curso de técnico em manutenção de aeronaves, que se propõe a contribuir para o crescimento contínuo do conhecimento do aluno, partindo das experiências e conhecimentos trazidos por ele. Este processo de aproveitamento de conhecimentos prévios do aluno para a absorção de novos tem como base o sólido entendimento do pensamento de Ausubel (2003) quanto à aprendizagem significativa.

O aluno da atualidade não se satisfaz com os limites de sua sala de aula. Esse fato é contundente se pensarmos na diversidade de recursos como imagens estáticas e dinâmicas, sons, cores, filmes, simulações e outros recursos de multimídia que podem ser aproveitados no processo de ensino-aprendizagem e que se relacionam com conhecimentos que o aluno já possui, propiciando maior interesse e atenção ao

conteúdo novo. De acordo com Moreira (2012), para que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo, ele deve ser relacionável ou incorporável à estrutura cognitiva do aluno e deve encontrar uma sustentação dentro do que este aluno já possui como conhecimento aportado, visando à continuidade e o desenvolvimento progressivo do conhecimento do aluno. Nesta perspectiva, vê-se que o importante não é a quantidade de informação adquirida pelo aluno, mas a qualidade desta informação, ou seja, o quanto ela é significativa para este.

Segundo as diretrizes lançadas por Ausubel (2003), o ponto de partida nesta jornada cognitiva de aprendizagem deve ter sua base na construção de conhecimentos a partir da valorização do conjunto de conhecimentos prévios do aluno.

A aplicação de um material de ensino potencialmente significativo busca alcançar agilidade e a objetividade na apresentação dos assuntos, para que o aluno se interesse e possa responder de imediato a questões como: para o que usarei este conteúdo? Como usarei? O que ganharei com este conhecimento? Neste sentido, a prática do ensino deve ser assertiva, empregando novos métodos que implicam novos meios, ferramentas, instrumentos e ideias.

As aulas, nesta perspectiva, devem ser utilizadas para que haja interação sobre os temas e os experimentos, a fim de propiciar a fixação destes de maneira mais eficaz do que os métodos de ensino tradicional propiciam. Esta abordagem aproveita os diferentes recursos, inclusive tecnológicos, já disponíveis para construir com o cenário educacional.

2.3 Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS)

Propõe-se, neste trabalho, a construção de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, que segundo Moreira (2011, p. 2), consiste em:

> [...] sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula.

Ao pensar na construção do MI de forma que pudesse colaborar na evolução do aprendizado dos alunos do Curso Técnico de Manutenção em Aeronaves, utilizamos os passos e princípios empregados na estruturação de Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), de forma a envolver os estudantes no processo

de construção de uma aprendizagem significativa sobre os assuntos abordados. Neste sentido, vamos apontar de forma sucinta os aspectos que norteiam o processo da aprendizagem significativa, assim como os fundamentos para a construção de UEPS, aqui tratado como o MI.

Para alcançar o objetivo de propiciar um momento de ensino-aprendizagem mais significativo ao aluno, o MI está sendo dimensionado para servir como mais uma ferramenta de apoio aos professores na exposição dos conceitos abordados pela ementa do curso, trazendo uma abordagem direcionada para situações de relevada importância no contexto da formação do profissional técnico em manutenção de aeronaves.

O ponto de partida para a elaboração do MI é o aluno já presente em sala de aula, ou seja, pressupõe-se um interesse do aluno pelo conhecimento a ser explorado. Segundo Ausubel (2003), primeiramente o aluno precisa ter uma disposição para aprender.

Entretanto, ainda com esta pré-disposição do aluno, é necessário a abordagem do conteúdo seja interessante, instigadora e motivadora para que o aluno seja atento e participativo no processo de ensino. Neste sentindo, a valorização do conhecimento prévio do aluno é fundamental, pois, assim deixamos de fazer do aprendiz um receptor passivo e passamos a entendê-lo como um colaborador que participa ativamente do processo de construção, produção e ampliação de seu próprio conhecimento, que é um dos alicerces para a construção das UEPS.

Dentro deste paradigma, a falta de envolvimento do aluno com as práticas de construção interativa entre o conhecimento prévio (subsunçores) e as novas informações, não promovem a aprendizagem significativa do assunto abordado, resultando em apenas memorizações dos conteúdos.

Segundo Manassi, Nunes e Bayer:

> A ideia central da obra de Ausubel é que as pessoas aprendem a partir do que já sabem, ou seja, as novas informações interagem com informações familiares ao sujeito da aprendizagem de modo que tanto as novas quanto as antigas informações ganham significado. (MANASSI; NUNES; BAYER, 2014, p.55).

De acordo com Ausubel (2003) quanto mais sabemos, mais aprendemos, e, ainda, o conhecimento prévio do aluno é a chave para a aprendizagem significativa. Dessa forma, as experiências pelos aprendizes vivenciadas, dentro ou fora da escola,

fazem parte da definição do caminho a ser seguido por este trabalho. Neste sentido, nossa opção pela aplicação de testes de pré-conhecimento é a base empregada escolhida para o mapeamento do conhecimento prévio individual dos alunos que compõem nosso grupo em estudo. Assim, corroboramos Ausubel (2003), que salienta que o fator que mais influencia o aprendiz é o conhecimento que ele já possui.

Seguindo, portanto, o postulado de Ausubel (2003), elaboramos, neste trabalho, o MI a partir dos resultados obtidos no pré-teste dos alunos, visando ampliar o conhecimento destes a partir do que já sabem. Esta diretriz educacional conta, ainda, com o apoio substancial dos mapas conceituais a serem elaborados e utilizados pelos alunos durante toda a jornada de estudos. Os mapas conceituais, segundo Moreira (2012), consistem em diagramas que indicam relações entre conceitos, ou entre palavras que usamos para representar conceitos.

Ao final, o que se procura também alcançar, com esta prática de ensino-aprendizagem, é a percepção, por parte do estudante, da importância da interação entre seus conhecimentos anteriores e os novos, e da colaboração também desta prática para uma melhor compreensão dos conteúdos, permitindo um exercício seguro de suas atividades no âmbito profissional. Estes objetivos são premissas básicas para a construção das UEPS voltadas à área técnica.

Segundo Moreira (1999 *apud* NUNES, 2015, p.59):

> A Teoria da Aprendizagem Significativa ou Teoria da Assimilação de Ausubel é uma teoria cognitivista e construtivista que propõe explicar o processo de aprendizagem que ocorre na mente humana, por intermédio da organização e integração do material de aprendizagem na estrutura cognitiva. Essa estrutura cognitiva apresenta uma organização hierarquizada de conceitos que são experiências sensoriais, por meio dos quais o indivíduo adquire e utiliza o conhecimento.

Uma vez delineado quais são os conhecimentos prévios individuais dos estudantes, deve-se estabelecer quais destes servirão de âncora para novos conhecimentos ou novos relacionamentos, os quais Ausubel (2003) trata como subsunçores. De acordo com Moreira:

> O subsunçor é, portanto, um conceito, uma ideia, uma proposição, já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir como “ancoradouro” a uma nova informação, de modo que esta adquira, assim, significado para o sujeito (*i. e.* que ele tenha condições de atribuir significados a essa informação) (MOREIRA, 1999, p.11).

O MI desenvolvido neste trabalho busca ser potencialmente significativo para atender basicamente a duas condições: a primeira refere-se ao significado lógico, que depende da natureza da apostila em si, de sua maneira de elaboração e apresentação. A segunda se relaciona ao aluno, sujeito da aprendizagem, do qual se espera os subsunçores necessários para aportar tal material.

Considerando que o MI é desenvolvido para atender às necessidades dos alunos, este deve dispor de conteúdo significativo adequado e à estrutura cognitiva destes, oferecendo os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material pode se relacionar. Entretanto, deve-se considerar também que as necessidades são de caráter individual, portanto, o professor deve possuir a sensibilidade para lidar com as particularidades no grupo de trabalho.

É importante ressaltar que, no processo de avaliação da aprendizagem significativa, o objetivo é encontrar indícios de real aproveitamento do processo de ensino-aprendizagem, ou seja, deve-se buscar comprovações de raciocínio por parte do aluno, submetendo-o a situações diferentes das empregadas no processo tradicional em sala de aula, e deve-se também evitar a utilização dos modelos de questionamentos que disponibilizam respostas rápidas que possam induzir ao procedimento de memorização.

3. O CURSO TÉCNICO EM MECÂNICA DE MANUTENÇÃO DE AERONAVES

A formação em mecânico de manutenção aeronáutica originalmente ocorria na Escola de Formação de Sargentos Especialistas, localizada na cidade de Guaratinguetá-SP, sob patrocínio exclusivo do Ministério da Aeronáutica. Os profissionais formados na referida escola eram destinados exclusivamente ao atendimento de necessidades de manutenção da Força Aérea Brasileira.

Concomitantemente, empresas privadas, ou mesmo públicas, que exploravam a aviação civil por meio de linhas de transporte aéreo, encarregavam-se de treinar seus funcionários em pequenas e próprias academias de aviação civil através de cursos livres, ou seja, desprovidos da necessidade do reconhecimento do Ministério da Educação e Cultura, porém reconhecidos e homologados pela autoridade aeronáutica da época, o DAC (Departamento da Aviação Civil), departamento subordinado ao Ministério da Aeronáutica. Este era o caminho mais comum para que estas empresas pudessem obter seus mecânicos. O requisito para participar desta capacitação era Ensino Médio completo e idade superior a 18 anos.

O programa de instrução seguido por essas empresas para formar seus profissionais era definido pelo IAC (Instituto da Aviação Civil), órgão subordinado ao DAC que possui a incumbência de gerenciar o treinamento de mecânicos de manutenção civis brasileiros. Ainda, o programa de treinamento tinha como base os padrões estabelecidos pela agência americana de administração da aviação civil, a *Federal Aviation Administration* (FAA).

Os profissionais, após treinados pelas empresas aéreas, eram submetidos a uma avaliação teórica promovida pelo DAC. Quando aprovados, estes recebiam um certificado de conhecimentos teóricos (CCT), emitido pelo DAC, que os permitia exercer as funções de auxiliar ou ajudante de mecânico de manutenção aeronáutica pelo período de 3 anos. Este período corresponde ao tempo de estágio mínimo na função.

Ao final do estágio obrigatório, estes profissionais eram submetidos a uma avaliação prática pelo DAC, e os aprovados recebiam a licença de mecânico de manutenção aeronáutica (MMA). Algumas das escolas mais difundidas na época foram: VASP, VARIG e TRANSBRASIL.

Em função da expansão da aviação civil brasileira, surgiu uma demanda muito grande por profissionais desta área, entres estes profissionais destacamos pilotos,

comissários e mecânicos de manutenção. Esta formação de mão-de-obra especializada representava um alto custo para as empresas aéreas. Sendo assim, devido a esta demanda, começaram a surgir nas grandes capitais brasileiras as primeiras escolas privadas de aviação, que ainda não eram formalizadas, ou seja, ofereciam cursos livres controlados apenas pelo DAC, posteriormente conhecido por ANAC (Agência Nacional da Aviação Civil). Os pré-requisitos para ser aluno destas escolas que surgiram nas capitais mantiveram-se inalterados, assim sendo, era preciso Ensino Médio completo e idade superior a 18 anos.

De acordo com a experiência do autor do presente trabalho, posteriormente, foram criados cursos técnicos que implicaram no reconhecimento da formação do técnico mecânico de manutenção aeronáutica pelo Ministério de Educação e Cultura, e no mantimento do reconhecimento e homologação da ANAC. Deste momento em diante ocorreu um aumento na oferta de cursos de formação de profissionais da aviação civil. Atualmente, no Brasil, já contamos com o Curso Superior de Tecnologia em Manutenção de Aeronaves, conforme consta no Catálogo Nacional de Cursos Superiores de Tecnologia.

Neste cenário, o Instituto Federal de São Paulo (IFSP), em seu campus de São Carlos, localizado a 10 km do centro de manutenção da LATAM e a não mais que 50 km da fábrica da EMBRAER, situada na cidade de Gavião Peixoto, além de nas proximidades de outras empresas que integram um polo aeronáutico na região de São Carlos, decidiram, após consulta à comunidade local, criar o Curso Técnico em Mecânica de Manutenção em Aeronaves na modalidade concomitante / subsequente.

A modalidade concomitante permite oferecer o curso aos alunos que estejam cursando ainda o segundo ou terceiro ano do Ensino Médio, enquanto a modalidade subsequente garante que o curso possa também ser oferecido aos alunos que já terminaram o Ensino médio. O objetivo desta oferta de curso é oferecer uma complementação profissionalizante aos alunos do Ensino Médio.

A física é conteúdo obrigatório no currículo do Curso Técnico de Manutenção em Aeronaves. Na formação de profissionais da aviação civil, os conceitos da física são abordados nas disciplinas de ciências básicas, eletricidade e sistemas elétricos, por exemplo, seja nos cursos livres, técnicos ou tecnológicos de nível superior. Isso decorre de normas elaboradas pelos órgãos regulamentadores destes cursos, o MEC e a ANAC, que estipulam a grade mínima de disciplinas a serem trabalhadas nos

cursos da área de aviação civil, ou seja, há um plano de disciplinas que deve ser cumprido para que os cursos sejam autorizados e reconhecidos.

No projeto pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves do Instituto Federal de São Paulo, as disciplinas de ciências básicas, eletricidade e sistemas elétricos visam complementar o conhecimento para a formação profissionalizante. Entretanto, não há, neste curso, uma dinâmica entre o conhecimento teórico e o conhecimento prático das disciplinas para que seja propiciada a compressão da tecnologia embarcada nas aeronaves. Esta é uma das problemáticas que buscamos discutir no presente trabalho, visto que procuramos evidenciar a importância da relação entre teoria e prática dos conteúdos abordados nos cursos de formação de profissionais de aviação.

Entendemos que o Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves deve, portanto, incorporar a disciplina de física em sua grade curricular. A carga horária mínima estipulada pela ANAC para a referida disciplina é de 15 horas, neste sentido, cada curso pode atribuir a carga horária que julgar necessária, desde que obedecendo ao padrão da ANAC.

Esta dissertação foi construída com base na análise da proposta de ensino do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves, na modalidade de ensino Concomitante / Subsequente, do Instituto Federal de São Paulo, *Campus* São Carlos. Na figura 2 é apresentado um conjunto de informações a respeito do referido curso, de acordo com o Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula – Concomitante / Subsequente (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, 2015).

Figura 2: Identificação do Curso

CURSO TÉCNICO EM MANUTENÇÃO DE AERONAVES EM CÉLULA EIXO TECNOLÓGICO: CONTROLE E PROCESSOS INDUSTRIAIS	
Campus	São Carlos
Forma de oferta	Presencial
Previsão de abertura do curso	2º semestre de 2015
Período	Vespertino
Modalidade	Concomitante/subsequente
Vagas anuais	40 vagas
Nº de semestres	3 semestres
Carga Horária Mínima Obrigatória	1250 horas
Duração da Hora-aula	50 minutos
Duração do semestre	20 semanas

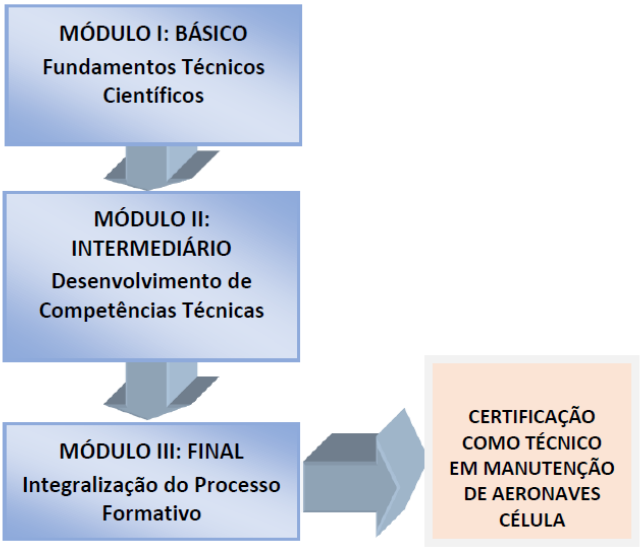
Fonte: Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula – Concomitante / Subsequente (2015)[3]

Por tratar-se de um curso de extensão profissionalizante com o eixo tecnológico centrado na compreensão de aspectos envolvendo o Controle e Processos Industriais, o enfoque para a física, no curso em questão, é dado nas disciplinas de ciências básicas, eletricidade e sistemas elétricos. Além disso, neste curso, boa parte da teoria abordada em sala de aula e nas atividades práticas envolve a aplicação de conceitos da física.

A figura 3 apresenta o fluxograma do tratamento do conhecimento no curso oferecido no IFSP – Campus São Carlos. O curso atende as orientações da ANAC e do “Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula – Concomitante / Subsequente”, atualizado em abril de 2015. Cabe observar que, na imagem, pode ser visto três diferentes momentos do curso: o Básico, o Intermediário e o Final. A disciplina de Ciências Básicas encontra-se no Módulo I , em “Fundamentos Técnicos Científicos”. Nesse sentido, como esperar o sucesso de nosso aluno nas etapas seguintes se falhamos no momento mais importante que é aquele no qual deve ser promovida a sustentação de todos os demais conteúdos?

[3] Programa de curso disponível em www.ifsp.edu.br

Figura 3: Organização do Curso



Fonte: Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula – Concomitante / Subsequente (2015)

A Figura 4 apresenta o primeiro módulo do Curso. Na primeira linha da tabela vê-se o componente curricular Ciências Básicas – CBTC1, que possui um total de 80 aulas, valor correspondente a 66,7 horas. Na quarta linha da tabela vemos o componente curricular Eletricidade – EBTC1, que possui um total de 80 aulas, que correspondem também a 66,7 horas, ou seja, oferecemos 118,4 horas a mais das disciplinas relacionadas à física do que o mínimo estabelecido pelo Manual do Curso de Mecânico de Manutenção Aeronáutica da ANAC.

Esta diferença na carga horária evidencia uma preocupação do IFSP em oferecer ao aluno embasamento teórico consistente na área de ciências básicas e eletricidade. Essas áreas, que abrangem os conhecimentos de física, são necessárias para a compreensão de disciplinas e conteúdos posteriores no que concerne ao trabalho com aeronaves de asa fixa ou rotativa.

Dessa maneira, espera-se do aluno um aproveitamento satisfatório da quantidade de horas destinadas a estudos relacionados à física, de modo que consiga relacionar seus conhecimentos aos sistemas necessários para o trato com aeronaves.

Figura 4: Componentes Curriculares

	Componente Curricular	Código	T / P	Nº Prof.	Aulas/semana 1º	2º	3º	Total Aulas	Total Horas
1º Módulo*	Ciências Básicas	CBTC1	T	1	4	0	0	80	66,7
	Matemática Básica	MBTC1	T	1	3	0	0	60	50,0
	Regulamentação e Segurança	RSTC1	T/P	1	3	0	0	60	50,0
	Eletricidade Básica	EBTC1	T/P	2	4	0	0	80	66,7
	Materiais e Elementos Aeronáuticos	MEAC1	T/P	1	4	0	0	80	66,7
	Desenho Técnico e Metrologia	METC1	T/P	2	4	0	0	80	66,7
	Inglês para Aviação	IATC1	T	1	3	0	0	60	50,0

Fonte: Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula – Concomitante / Subsequente (2015)

Os objetivos do curso de formação de Técnicos de Manutenção de Aeronaves, de acordo com o Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula – Concomitante / Subsequente (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, 2015, p.24) são:

> Apresentar os conceitos fundamentais de Física, para que, ao final da disciplina, o aluno seja capaz de: reconhecer os princípios da Física aplicáveis às aeronaves e seus sistemas; identificar as leis da Física aplicáveis a Aviação. Apresentar os conceitos fundamentais de aerodinâmica para que, ao final da disciplina, o aluno seja capaz de: Identificar as forças atuantes sobre uma aeronave em voo; descrever a atuação das superfícies de comando no direcionamento das aeronaves. Apresentar os conceitos fundamentais da Teoria de Peso e alanceamento para que ao final da disciplina, o aluno seja capaz de: realizar a pesagem, alinhamento e balanceamento de uma aeronave.

Considerando os objetivos do curso, neste trabalho será dado ênfase aos conceitos de Movimento Circular, Torque, Momento de Inércia, Momento Angular, Precessão Giroscópica e Conservação de energia do movimento angular

4. CONCEITOS DE FÍSICA

4.1 Movimento Circular Uniforme

Neste trabalho temos como foco os estudos da Cinemática, área que se atém aos estudos dos movimentos sem a preocupação de suas causas, e da qual faz parte o Movimento Circular Uniforme. Apresentamos aqui uma rápida revisão dos conceitos que são caros a este trabalho, a fim de propiciar um melhor entendimento do mesmo.

Dentre as propriedades gerais da matéria, abordamos, na presente pesquisa, massa, peso e inércia. É evidente que existem outras tantas propriedades, não menos importantes, como a elasticidade, a compressibilidade, a extensão, a divisibilidade e a impenetrabilidade, entretanto consideramos que elas não são significativas para o presente estudo.

Uma das propriedades fundamentais de um objeto é a sua massa. Esta representa a quantidade de matéria que compõe o objeto e, para seu cálculo, é levado em consideração quase todo tipo de problema, inclusive o envolvendo o deslocamento linear ou o angular. A definição de massa é frequentemente redundante porque é esta uma quantidade tão fundamental que se torna difícil defini-la em função de algum outro termo. O símbolo usado para definir a massa é m e sua unidade no Sistema Internacional é o kg. Embora a massa possa ser considerada uma propriedade invariável de um objeto, devemos considerar a massa relativística, quando tratamos da velocidade máxima para as interações físicas, que coincide com a velocidade da luz no vácuo $(299\,792\,458\,m/s)$.

A equação 4.1 demonstra a lei de Isaac Newton para a gravitação universal: sobre a massa m de um corpo atua uma força chamada gravitação.

$$F = G\,\frac{m_1 . m_2}{d^2} \tag{4.1}$$

Em 4.1, G é uma constante gravitacional de valor igual a $6{,}67408\ x\ 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$, $m_1\ e\ m_2$ são as massas dos corpos envolvidos e d é a distância entre estes corpos.

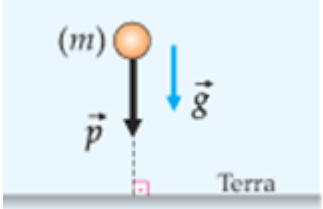
Como resultado, temos a massa gravitacional m_g de um corpo. A massa inercial m_i se sustenta na segunda Lei de Newton, apresentada na equação 4.2, e é

uma constante de proporcionalidade entre a força (F) aplicada e a aceleração (a) causada.

$$\vec{F} = m_i \,.\, \vec{a} \;\Rightarrow\; m_i = \frac{F}{a} \qquad (4.2)$$

Entretanto, pelo princípio da equivalência de Einstein, dentro do âmbito da mecânica clássica, no qual, *a priori*, as massas são definidas de formas distintas, os conceitos de massa gravitacional e massa inercial são considerados equivalentes, mediante algumas considerações que não serão tratadas neste trabalho, como pode ser visto na figura 5:

Figura 5: Peso de um corpo



Fonte: interna.coceducacao.com.br. Acesso em 09 ago. 2016

Neste sentido, por meio da segunda lei de Isaac Newton (equação 4.3), temos o Peso (W) como o produto da massa pela força gravitacional, expresso no Sistema Internacional em N, ou seja:

$$W = F = m \,.\, g \qquad (4.3)$$

Ainda, esta lei é também chamada de princípio fundamental da dinâmica, e afirma que a força resultante $\vec{F}$ em uma partícula é igual a taxa temporal de variação do seu momento linear $\vec{p}$ em um sistema de referência inercial. Esta lei tem validade geral, contudo, para sistemas nos quais a massa é uma constante, esta pode ser retirada de uma diferencial.

Partindo do momento linear escrito como:

$$\vec{p} = m \,.\, \vec{v} \qquad (4.4\ A)$$

Equação diferencial referente à segunda lei de Isaac Newton:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} \qquad (4.4\ B)$$

A derivada do produto de m por $\vec{v}$ é igual à soma de dois produtos:

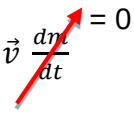
$$\vec{F} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\,\frac{dm}{dt} \qquad (3.4\ C)$$

Em um sistema em que a massa m não varia em um intervalo de tempo dt:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \qquad (4.4\ D)$$

De modo que a equação 4.4 E pode ser escrita como;

$$\vec{F} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\,\frac{dm}{dt} \qquad (4.4\ E)$$



Assim:

$$\vec{F} = m\,.\,\vec{a} \qquad (4.5)$$

Em que definimos a aceleração $\vec{a}$ como:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (4.6)$$

A qual pode ser multiplicada por dt em ambos os lados;

$$\vec{a}.dt = \frac{d\vec{v}}{dt}\,.dt \qquad (4.7)$$

em que o termo apresentado no segundo membro da eq.(4.7) é a definição de $d\vec{v}$.

Se integrarmos ambos os lados de 4.7 e assumirmos a aceleração como uma constante, temos:

$$\int \vec{a}.dt = \int d\vec{v} \qquad (4.8)$$

Para efetuarmos as integrações é necessário definir os limites em cada lado da equação. Por simplicidade de notação, façamos;

$$\vec{a}\int_0^{\Delta t} dt \;=\; \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} \qquad (4.9)$$

A aceleração $\vec{a}$ saiu da integração por ser uma constante, neste caso. Com isso, temos:

$$\vec{a}\,.\Delta t \;=\; \vec{v} - \vec{v}_0 \qquad (4.10\ A)$$

$$\vec{v} = \vec{a}\,.\Delta t \;+\; \vec{v}_0 \qquad (4.10\ B)$$

Lembrando que a velocidade é definida como,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \qquad (4.11)$$

Igualando 4.10 B e 4.11, temos que:

$$\vec{a}.\Delta t + \vec{v}_0 = \frac{d\vec{x}}{dt}\ multiplicando\ por\ dt \qquad (4.12A)$$

$$dt\,(\vec{a}.\Delta t + \vec{v}_0) = dt\,.\frac{d\vec{x}}{dt} \qquad (4.12B)$$

$$dt\,(\vec{a}.\Delta t + \vec{v}_0) = d\vec{x} \qquad (4.12C)$$

Integrando ambos os lados de 4.12C, chegamos a equação do movimento uniformemente variado:

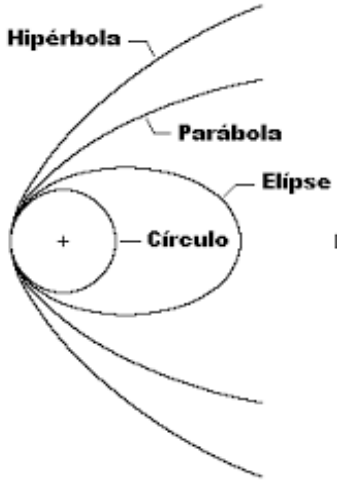
$$\int_0^{\Delta t}(\vec{a}.\Delta t + \vec{v}_0).dt \;=\; \int_{\vec{x}_0}^{\vec{x}} d\vec{x} \qquad (4.13\ A)$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0\Delta t + \frac{1}{2}\,\vec{a}\Delta t^2 \qquad (4.13\ B)$$

Nosso estudo aborda temas relacionados ao movimento, portanto, isto implica, indiferentemente do tipo do movimento, em um corpo que troca a sua posição relativa a uma referência estabelecida, entendida, assim, como referencial. Neste contexto, a troca de posição é quem define a trajetória de um corpo dentro de um espaço de tempo.

O Movimento Circular Uniforme acontece quando esta troca de posição relativa segue a trajetória curvilínea circular, ou seja, de uma circunferência, permanecendo o módulo de sua velocidade constante no decorrer do tempo envolvido. Em nosso cotidiano e na natureza, é muito comum observar este tipo de movimento em máquinas que estão ao nosso redor, como, por exemplo, em: helicópteros, ventiladores, liquidificadores, sistemas de ar condicionado, rodas de carro, bicicleta ou moto, roda-gigante, carrossel, etc, ou seja, em máquinas que fazem uso de motores elétricos ou de combustão.

Figura 6: Outras trajetórias curvilíneas



Fonte: http://astro.if.ufrgs.br/kepleis/node5.htm Acesso em 20 set. 2017

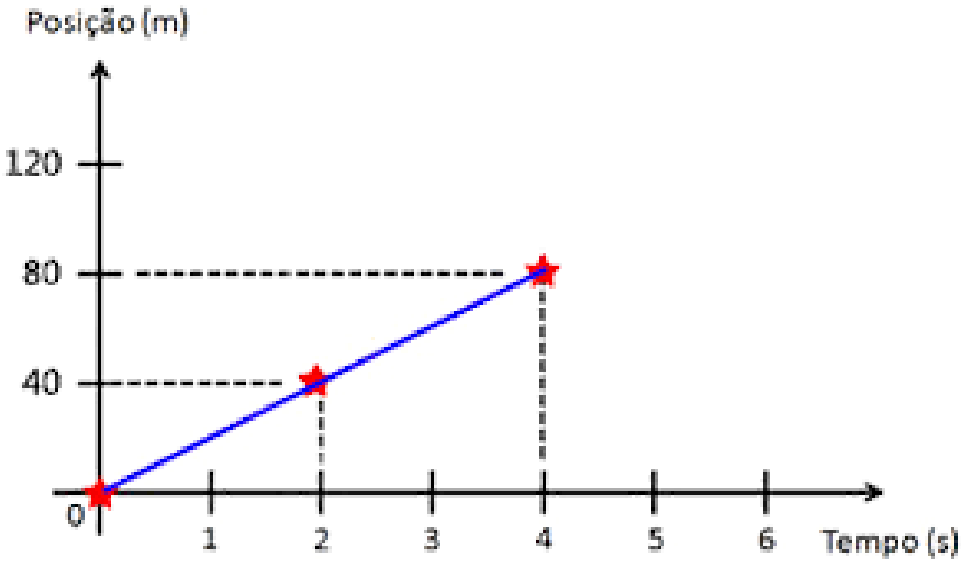
Existem outras trajetórias curvilíneas, como pode ser visto na figura 6, não menos interessantes, tais como a parabólica e a hiperbólica, entretanto que se afastam do objetivo deste trabalho. Todavia, neste texto, faremos em muitos momentos, analogias ao movimento retilíneo, visto que este é conteúdo do Ensino Médio e pode servir de ponto de partida para o entendimento de outros movimentos.

Neste sentido, para iniciar a discussão sobre o Movimento Circular Uniforme, faremos uma correlação deste com o movimento linear. O movimento de um corpo em seu modo linear e constante pode ser representado por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (4.14)$$

Na Figura 7 é possível observar a linearidade deste tipo de deslocamento:

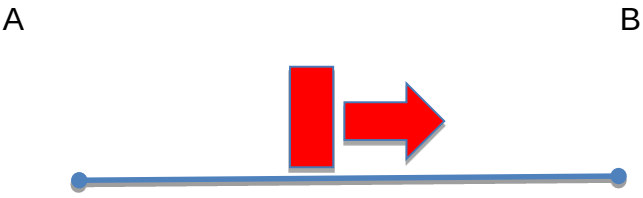
Figura 7: Movimento linear $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$



Fonte: o autor

Na Figura 8 é demonstrada a trajetória retilínea e linear de um corpo:

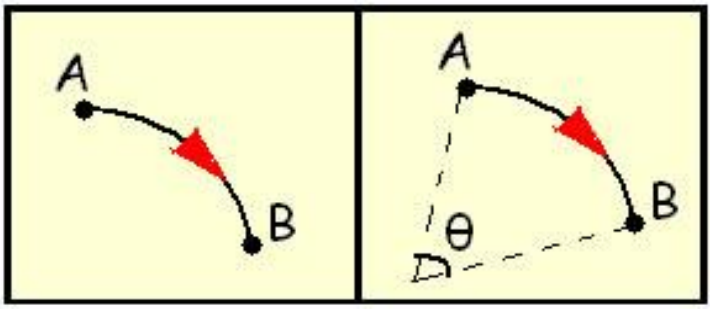
Figura 8: Trajetória retilínea e linear de um corpo



Fonte: o autor

Já no MCU, o corpo muda a sua posição com base em um movimento angular (θ), demonstrado na Figura 9. Portanto, a sua velocidade deverá ser também avaliada neste sentido, ou seja, a velocidade angular de um corpo no MCU é a relação existente entre o ângulo da trajetória descrito e o tempo gasto para se concluir essa descrição.

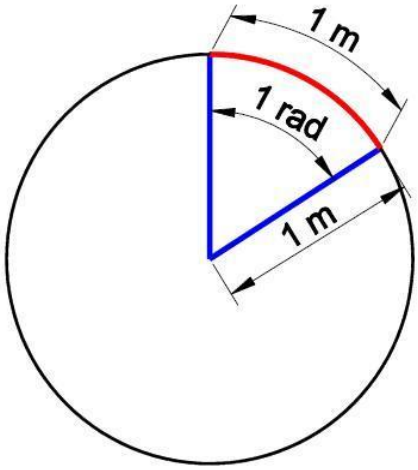
Figura 9: Trajetória circular



Fonte: brasilescola.uol.com.br/fisica/movimento-circular-uniforme-mcu.htm. Acesso em: 09 Ago. 2016

O aspecto novo para os alunos durante o curso de formação de profissionais de aviação civil são as medições angulares (φ), conforme mostra a Figura 10, utilizadas nas equações que definem o MCU:

Figura 10: Relação entre a corda e o raio de uma circunferência (1 Radiano)



Fonte: o autor

Uma vez que as aberturas angulares são expressas em radianos e não em graus, como de costume, sendo um radiano a relação unitária (φ) estabelecida entre o comprimento do arco (S) e o raio (R) de uma dada circunferência, temos:

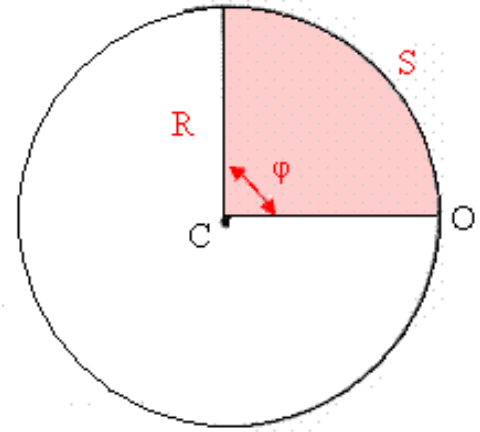
$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 \qquad (4.15A)$$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{R} \qquad (4.15B)$$

Uma vez compreendida esta unidade de medida para uma abertura angular $(\varphi\, rad)$, é possível compreender, então, como sendo o espaço angular (Figura 11), o ângulo (φ) de uma circunferência. Este ângulo (φ) representa a relação entre um

segmento de arco ou distância angular (S) percorrida por um corpo a partir de uma origem (O). Esta origem, por sua vez, está a uma distância (R) do centro (C) desta circunferência, sendo este espaço medido em radianos. É importante ressaltar que, a partir do momento que passamos a usar o radiano como unidade de medida, estabelecemos uma independência em relação ao valor do raio, uma vez que se estabeleceu a proporcionalidade.

Figura 11: Espaço angular



Fonte: o autor

Para $S = 360°$, o espaço angular em radianos será de:

$$\varphi = \frac{S}{R}\ rad \ \rightarrow \ (Para\ S = 360°) \qquad (4.16A)$$

$$S = 2\pi R \qquad (4.16B)$$

$$\varphi = \frac{2\pi R}{R}\ rad \qquad (4.16C)$$

$$\varphi = 2\pi\ rad \qquad (4.16E)$$

Considerando o movimento linear e o movimento circular uniforme, temos o deslocamento linear em trajetórias retilíneas, enquanto temos o deslocamento angular em trajetórias circulares. Este fato pode ser descrito como a diferença entre a posição angular final (φ_1) e a posição angular inicial (φ_0), sendo o deslocamento angular positivo se for realizado no sentido horário e negativo se for realizado no sentido anti-horário.

A partir do momento em que se expressa a rapidez com que ocorre o deslocamento angular, passamos a tratar da velocidade angular média (ω_m), que é

expressa no Sistema Internacional em radianos por segundo $\left({}^{rad}/_{s}\right)$. É comum, na área da indústria, utilizar a unidade de rotações por minuto (rpm), em detrimento da velocidade angular média, e esta rapidez representa a razão entre o deslocamento angular e o tempo transcorrido para percorrer este deslocamento.

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}\ {}^{rad}/_{s} \quad (4.17A)$$

$$\omega_m = \frac{2.\pi}{6} = 1{,}05\ {}^{rad}/_{m} \rightarrow Para\ \Delta\,\theta = 360°\ e\ \Delta t = 6\ minutos \quad (4.17B)$$

$$\omega_m = 2\,\pi\,f \quad \rightarrow onde\ f = frequência\ em\ ciclos\ por\ segundo \quad (4.17C)$$

Nas equações, ω é a velocidade angular do corpo, $\Delta\theta$ é o deslocamento do corpo em radianos ($2\pi\,\mathrm{rad} = 360°$) e Δt é o tempo investido para percorrer a distância angular, sendo esta velocidade expressa no Sistema Internacional em radianos por segundo (rad/s).

Algumas vezes, precisamos determinar a velocidade linear de um Movimento Circular Uniforme, como é o caso do velocímetro de um carro que, a partir da rotação da roda e do seu raio, apresenta ao motorista a velocidade do deslocamento linear em Km/h. Para tanto, podemos, a partir da definição de radiano, derivar as equações de deslocamento linear e deslocamento angular, chegando a:

$$\varphi = \frac{S}{R}\ (\ Espaço\ angular\ ) \quad (4.18A)$$

$$S = \varphi.R\ \ (\ Isolando\ S\ ) \quad (4.18B)$$

$$\frac{dS}{dt} = R\,.\frac{d\varphi}{dt} \quad (\ Derivando\ os\ termos\ de\ espaço\ em\ função\ do\ tempo\ ) \quad (4.18C)$$

$$\mathrm{v} = \mathrm{R}\,.\,\omega \quad (4.18E)$$

Podemos observar, na Equação 4.18E, que a derivada da posição $(\frac{dS}{dt})$ representa a velocidade linear, da mesma forma que a derivada da posição angular $(\frac{d\varphi}{dt})$ representa a velocidade angular. Nesta equação, v é a velocidade linear e ω é a velocidade angular, enquanto R representa o raio da circunferência que define a trajetória do corpo.

Quando este corpo então se desloca nesta trajetória circular de raio R e centro C, com origem em um ângulo $\varphi_0 = 0$ e no tempo inicial $t_0 = 0$ até o ângulo φ_1 no tempo t_1, a velocidade angular média será:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{t_1 - t_0} \quad (4.19)$$

Calculando o limite na Equação 4.19, determina-se a velocidade angular instantânea na forma expressa pela equação 4.20:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_m \quad (4.20)$$

De acordo com as equações 4.18B e 4.18E, podemos converter a função horária do espaço linear para o espaço angular:

$$S = S_0 + vt \quad (4.21A)$$

$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{v}{R}t \quad (4.21B)$$

Considerando $\left(\varphi = \frac{S}{R}\right)$ e $\left(\omega = \frac{v}{R}\right)$ e substituindo-os na equação 4.21B, temos:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \,.\, t \quad (4.22)$$

A figura 12 apresenta um quadro comparativo entre parâmetros lineares e angulares.

Figura 12: Relação entre parâmetros lineares e angulares

LINEAR		ANGULAR
S	=	φR
V	=	ωR
A	=	αR

Fonte: o autor

Utilizando o mesmo paralelo, a figura 13 relaciona as equações que tratam do movimento linear com as equações que tratam do movimento angular, demonstrando, assim, que existe similaridade entre elas, respeitando a especificidade de cada movimento.

Figura 13: Relação entre equações lineares e angulares

Equação Linear	Equação Angular
$v = v_0 + a.t$	$\omega = \omega_0 + \alpha.t$
$\Delta x = v_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2$	$\Delta\theta = \omega_0.t + \frac{1}{2}.\alpha.t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta x$	$w^2 = w_0^2 + 2.a.\Delta\theta$
$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v).t$	$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega).t$
$\Delta x = v.t - \frac{1}{2}.a.t^2$	$\Delta\theta = \omega.t - \frac{1}{2}.\alpha.t^2$

Fonte: o autor

Se sobre este corpo que se desloca nesta trajetória circular de raio R e centro C for aplicada uma força que imprime uma aceleração, ocorre a mudança de velocidade de ω_0 no $\text{tempo}\, t_0 = 0$ para um novo valor de velocidade ω_1 no $\text{tempo}\, t_1$. Neste caso, a aceleração angular média $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)$ será:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}\ rad/s^2 \qquad (4.23A)$$

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1 - t_0} \qquad (4.23B)$$

Calculando o limite na equação 4.23B, determina-se a aceleração angular instantânea na forma de:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \alpha_m \qquad (4.24)$$

Quanto à equação $v = R.\omega$, podemos, novamente, deriva-la em função do tempo, assim estabelecendo um modelo para o cálculo da aceleração tangencial (linear), a qual é tangente à trajetória, assim como a aceleração angular, orientada para o centro da circunferência e definida como aceleração centrípeta.

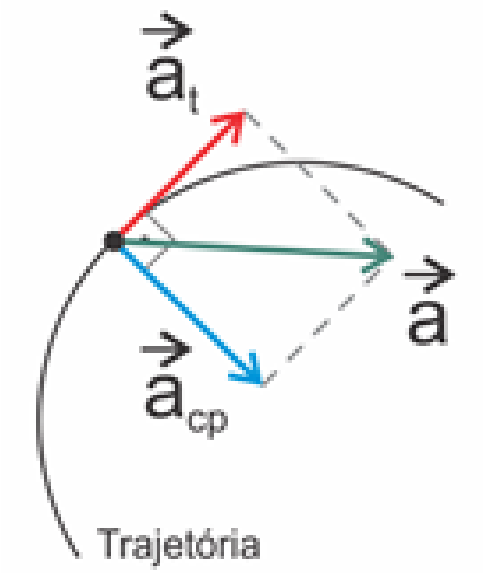
$$v = R.\omega \ (Velocidade\ linear\ em\ um\ MCU) \quad (4.25A)$$

$$\frac{dv}{dt} = R.\frac{d\omega}{dt} \ (Derivando\ ambos\ os\ termos\ em\ função\ do\ tempo) \quad (4.25B)$$

$$a_t = R.\alpha \quad (4.25C)$$

Em MCU, podemos, para facilitar a compreensão, demonstrar a decomposição vetorial da aceleração de acordo com a Figura 14:

Figura 14: Decomposição vetorial da aceleração no MCU



Fonte: o autor

A figura 14 demonstra a decomposição vetorial da aceleração ($\vec{a}$) em seus componentes aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$) e aceleração tangencial ($\vec{a}_t$). A partir desta decomposição vetorial da aceleração no MCU, podemos escrever:

$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t \quad (4.26A)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_{cp}|^2 + |\vec{a}_t|^2} \quad (4.26B)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(\alpha R)^2 + (\omega^2 R)^2} \quad (4.26C)$$

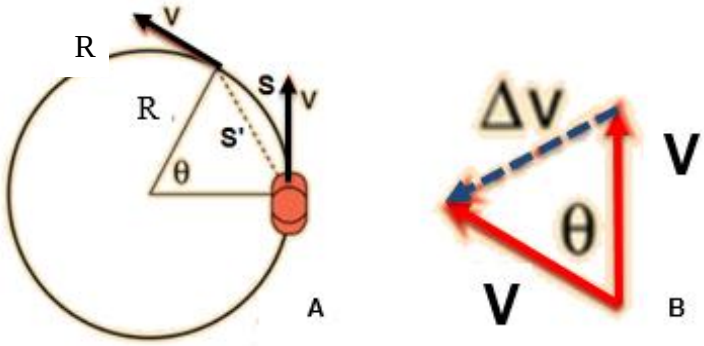
A aceleração tangencial ($\vec{a}_t$) demonstra que esta aceleração é tangente à trajetória circular descrita pelo corpo em movimento, sendo ela também a responsável pela mudança na intensidade do vetor velocidade.

O módulo da aceleração tangencial será igual à amplitude da aceleração escalar (a), demonstrado na equação 4.27. Sendo assim, esta aceleração só deve acontecer quando o corpo em movimento apresentar mudança no seu módulo de velocidade, situação que é característica típica do movimento circular uniformemente variado. Assim sendo:

$$|\vec{a}_t| = a = R.\alpha \quad (4.27)$$

Já a aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$) tem o seu vetor apontando para o centro da circunferência (C), de maneira perpendicular ao vetor da aceleração tangencial ($\vec{a}_t$). A aceleração centrípeta é a responsável por garantir a mudança contínua na direção do vetor velocidade (v), sendo v a velocidade escalar, como pode ser visto na figura 15:

Figura 15: Aceleração centrípeta



Fonte: o autor

Como exposto na Figura 15, uma maneira de deduzir a ($\vec{a}_{cp}$) é aproximando o arco S de sua corda S', isto porque considera-se que, para pequenos ângulos, a corda se aproxima do arco e, no limite, ambos coincidem. Assim, é possível desenhar um triângulo equivalente (equilátero = três lados iguais) com as velocidades e concluir que:

$$\theta = \frac{s}{R} = \frac{v\,\Delta t}{R} \qquad (4.28A)$$

$\theta = \frac{\Delta v}{v}$ Pela relação do triângulo (Figura 15) (4.28B)

$\frac{v\,\Delta t}{r} = \frac{\Delta v}{v}$ Igualando as equações 4.28A e 4.28B (4.28C)

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v.v}{R} \qquad (4.28E)$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \qquad (4.28F)$$

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \qquad (4.28G)$$

A intensidade da aceleração centrípeta também pode ser obtida em função da velocidade angular ω.

$$\left|\vec{a}_{cp}\right| = \frac{v^2}{R} \quad (4.29A)$$

$$v = \omega . R \quad (4.29B)$$

$$\left|\vec{a}_{cp}\right| = \frac{(\omega R)^2}{R} \quad \text{substituindo 4.29B em 4.29C} \quad (4.29C)$$

$$\left|\vec{a}_{cp}\right| = \frac{\omega^2 R^2}{R} \quad (4.29E)$$

$$\left|\vec{a}_{cp}\right| = R . \omega^2 \quad (4.29F)$$

Para uma melhor compreensão das características do MCU é necessário obter algumas informações complementares importantes. Considerando o MCU de um corpo como um evento cíclico, o qual se repete a cada $360°$ ou $2\pi\,\mathrm{rad}$, o intervalo mínimo para que uma volta completa se realize é conhecido como período, e sua unidade é a unidade de tempo (s), sendo o número de vezes que este corpo cumpre o seu período, em uma certa unidade de tempo, a sua frequência. Para velocidade angular (ω) é comum a utilização do rps ou do rpm, ao passo que, em outros casos, empregamos o Hz $(1\mathrm{Hz} = 1 \text{ ciclo por segundo})$ e seus múltiplos $(\mathrm{KHz}, \mathrm{MHz}, \mathrm{GHz})$. A equação 4.30 mostra a equivalência entre as unidades $^{rotação}/_{s}$ e $^{rad}/_{s}$:

$$1\ \frac{rotação}{s} = \frac{2\pi\ rad}{s} \quad (4.30)$$

4.2 Torque e momento de inércia

Seguindo a linha de raciocínio traçada para este trabalho, e orientando a evolução do assunto a partir do mapa conceitual da Figura 21, discutimos inicialmente a respeito da massa de um corpo. Logo após, abordamos a animação deste corpo a partir de seu movimento circular uniforme e, por fim, nesta seção, chegamos ao momento de inércia, ou inércia rotacional do corpo. A inércia permite mensurar o grau de dificuldade para se alterar o estado de movimento de um corpo quando em rotação, ou seja, quanto maior for o momento de inércia, mais difícil será colocar o corpo a girar ou então, alterar a rotação deste.

O momento de inércia está também relacionado à distribuição da massa do corpo em torno de seu eixo de rotação, conforme apresenta a figura 3-20. Quanto

mais uma fração de massa está afastada do eixo de rotação, maior será o momento de inércia.

Tendo em vista dois corpos com a mesma massa e desenvolvendo a mesma rotação, entretanto um deles (16a) com a forma de um eixo fino e comprido, e outro (16b)com a forma de um disco, considerando o aspecto da distribuição de massa, vê-se que o corpo (16c) terá um momento de inércia maior que o corpo (16a).

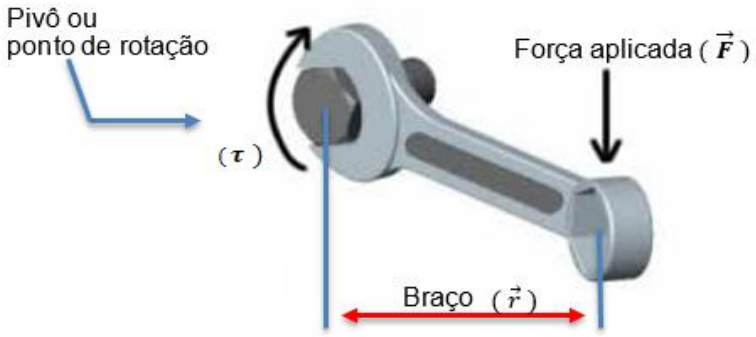
Figura 16 (na sequência a; b; c): Relação do Momento de Inércia com a distribuição de massa

Fonte: http://slideplayer.com.br/slide/64323/. Acesso em 12 ago. 2016

A unidade de medida empregada para o momento de inércia no SI, é o ($kg\,.m^2$).

Para exemplificar, podemos considerar uma situação na qual temos a intenção de mover um parafuso no sentido de rotação horária (para a direita). Para realizar tal movimento, em uma das extremidades instalamos uma chave adequada ao serviço (chave combinada), enquanto, na outra extremidade, aplicamos uma força muscular ($\vec{F}$):

Figura 17: Aplicando o Torque (τ)



Fonte: www.school-for-champions.com. Acesso em 12 Ago. 2016

Por meio da Figura 17 podemos constatar que a força aplicada $(\vec{F})$ na extremidade direita da chave possui uma distância em relação ao ponto de rotação do corpo (parafuso). Esta distância, chamada de braço de uma alavanca, promove uma amplificação da força aplicada. Este resultado é denominado Torque (τ) e é definido pela relação:

$$\vec{\tau} = \frac{d}{dt}(\vec{r}\,.\vec{p}\,) \qquad (4.31\ A)$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{dt}.\vec{p} + \vec{r}.\frac{d\vec{p}}{dt} \quad Aplicando\ a\ regra\ do\ produto \qquad (4.31\ B)$$

$$Segunda\ lei\ de\ Newton \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (4.31\ C)$$

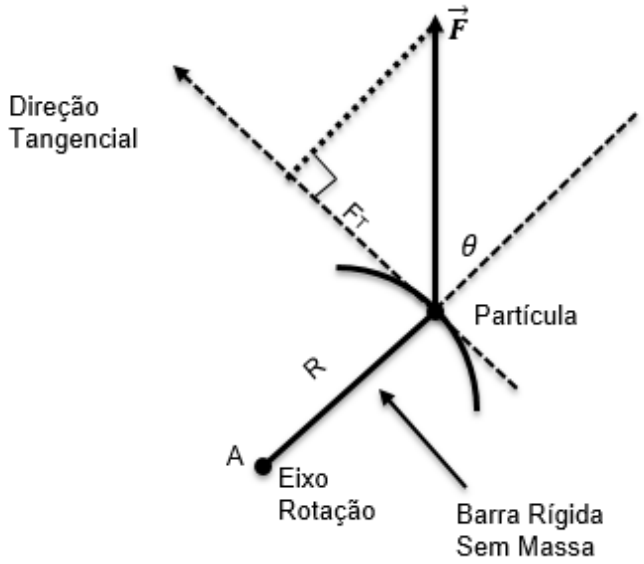
$$Sendo \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (4.31\ D)$$

$$\vec{\tau} = \vec{v}\,.\vec{p} + \vec{r}.\vec{F} \quad Substituindo\ as\ equações \qquad (4.31\ E)$$

$$A\ velocidade\ tem\ a\ mesma\ direção\ do\ momento \qquad \vec{v} \times \vec{p} = \vec{0} \qquad (4.31\ F)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \ \ ou\ em\ módulo \ \ |\tau| = |r|.|F|\sin(\theta) \qquad (4.31\ G)$$

Figura 18: Diagrama de forças



Fonte: o autor

De acordo com a Figura 18, podemos deduzir:

$$F_T = m\,.\,a_T \quad Quantidade\ Linear \tag{4.32 A}$$

$$onde \quad F_T = F\,.\sin(\theta) \tag{4.32 B}$$

$$|\vec{a}_T| = \ a_T = R.\alpha \tag{4.32 C}$$

$$F_T = \ m\,.R\,.\alpha \quad Multiplicando\ por\ R \tag{4.32 D}$$

$$R\,.F_T = \ m\,.R^2\,.\alpha \tag{4.32 E}$$

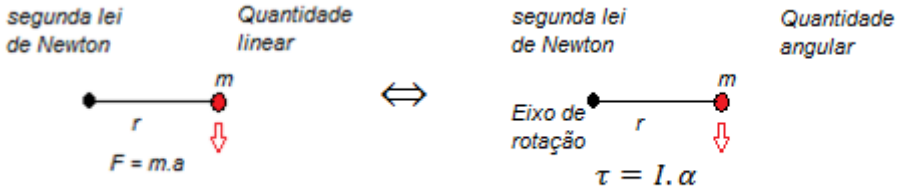
$$Sendo \quad \tau = \ R\,.F_T \quad então; \tag{4.32 F}$$

$$\tau = \ m\,.R^2\,.\alpha \tag{4.32 G}$$

$$Sendo \quad I = \ m\,.R^2 \quad então; \tag{4.32 H}$$

$$\tau = \ I\,.\alpha \quad Quantidade\ Angular \tag{4.32 I}$$

Figura 19: Quantidade Linear X Quantidade Angular



Fonte: o autor

Na Figura 19, temos uma partícula de massa m em uma barra de comprimento r, sendo a massa desta barra desprezível, que se obriga a girar em torno de um eixo de rotação fixo. Se a massa se libera de uma orientação horizontal podemos descrever seu movimento em termos de força e aceleração $(F = m\,.\,a)$, de acordo com a segunda lei de Newton, usada para um movimento linear. Ainda, podemos descrever o movimento como uma rotação pura sobre o eixo a partir da mesma lei, entretanto, agora, orientada para movimento circular ou rotacional. Isto nos leva a uma forma de comparação sobre um mesmo sistema, o que nos leva a expressão do momento de inércia para uma massa pontual, com

$$\tau = I.\alpha \quad Movimento\ Angular \tag{4.33 A}$$

$$\tau = F.r \quad Movimento\ linear \tag{4.33 B}$$

$$\tau = (m.a).r \quad Substituindo\ F \tag{4.33 C}$$

$$\alpha = \frac{a_{linear}}{r} \tag{4.33 D}$$

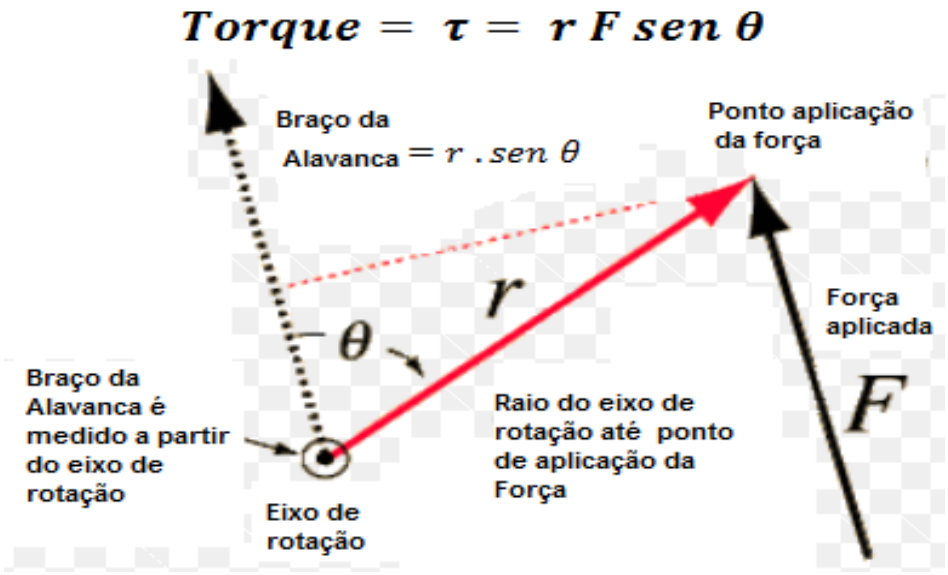
$$I\,.\alpha = (m.a).r \quad Substituindo\ \tau \tag{4.33 E}$$

$$I\,.\frac{a}{r} = mar \quad Substituindo\ \alpha \tag{4.33 F}$$

$$I = m.r^2 \tag{4.33 G}$$

Sendo assim, o torque é definido a partir do componente perpendicular ao eixo de rotação da força aplicada $(\vec{F})$ sobre um objeto que é efetivamente utilizado para fazê-lo girar em torno de um eixo ou ponto de rotação. A distância do ponto de rotação até ponto onde atua a força aplicada $(\vec{F})$ é chamada de braço da alavanca $(\vec{r})$. Todavia pode acontecer de a força aplicada $(\vec{F})$ não estar perpendicular ao braço, neste caso deve ser levado em consideração o ângulo formado. Este fato pode ser visto na figura 20:

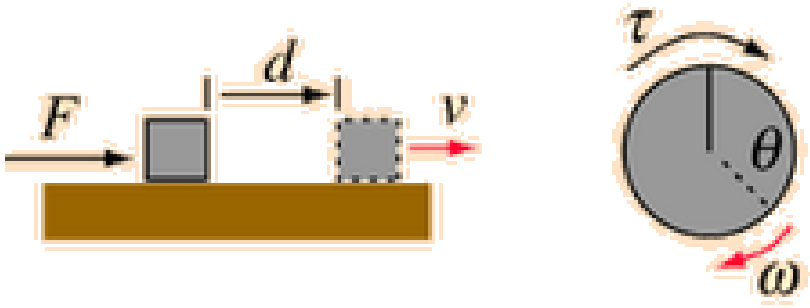
Figura 20: Quando a força aplicada não é perpendicular ao braço da alavanca



Fonte: o autor

Do princípio de trabalho (W) e energia, é possível também perceber o paralelismo entre as expressões usadas, tanto para quantificar energia cinética linear, quando a energia cinética rotacional. Podemos considerar a situação entre um torque constante exercido sobre um volante que apresenta um momento de inércia $\boldsymbol{I}$, e uma força constante exercida sobre uma massa $\boldsymbol{m}$, ambos começando desde o repouso, ou seja, $v = \omega = 0$:

Figura 21: Energia cinética linear ($E_{c_{linear}}$) X Energia cinética rotacional ($E_{c_{rotacional}}$)



Fonte: o autor

As equações (4.34 A/B) apresentam as relações matemáticas para $E_{c_{linear}}$ e para $E_{c_{rotacional}}$,sendo elas:

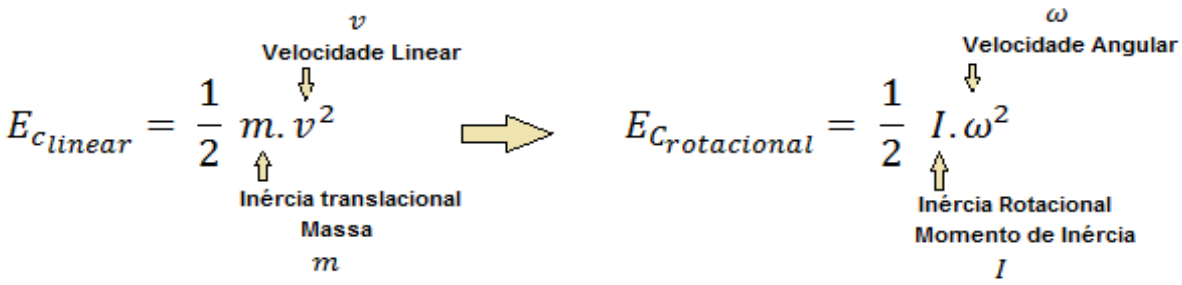
$$Trabalho = F.d = m.a.d = m.\left(\frac{v}{t}\right).\left(\frac{v}{2}.t\right) = \frac{1}{2}.m.v^2 \quad (E_{c_{linear}}) \qquad (4.34\ A)$$

$$Trabalho = \tau.\theta = I.\alpha.\theta = I.\left(\frac{\omega}{t}\right).\left(\frac{\omega}{2}.t\right) = \frac{1}{2}.I.\omega^2 \quad (E_{c_{rotacional}}) \qquad (4.34\ B)$$

Assim, conclui-se que a energia de um corpo em movimento linear, é devido à massa $\boldsymbol{m}$ e à velocidade $\boldsymbol{v}$. Além disso, esta energia recebe a denominação de energia cinética linear ($E_{c_{linear}}$),

Já a energia cinética de um corpo que está em movimento rotacional ($E_{c_{rotacional}}$) pode ser comparada à energia cinética de um corpo que está em movimento linear, entretanto este movimento do corpo será expresso em termos de momento de inércia (I) e velocidade angular (ω). A energia cinética total deste corpo poderá ser representada como a soma da energia cinética de translação do seu centro de massa ($E_{c_{linear}}$) e a energia cinética de rotação sobre o centro de massa ($E_{c_{rotacional}}$). A Figura 22 demonstra esta similaridade:

Figura 22: Relação entre Energia Cinética Linear e Energia Cinética Rotacional



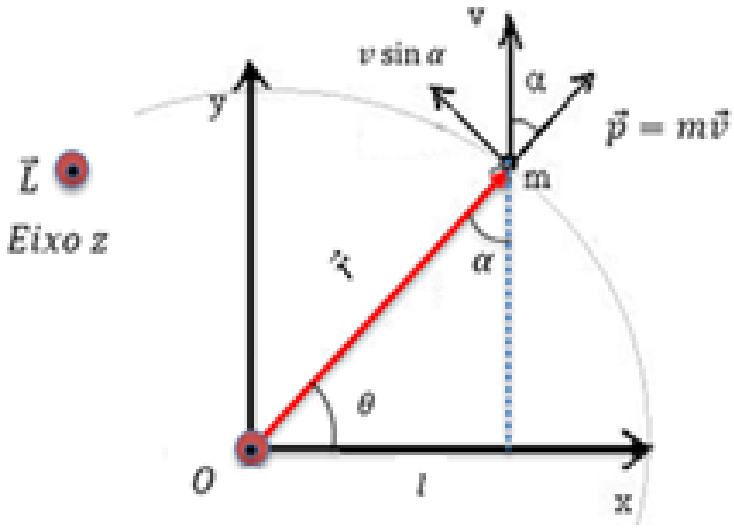
Fonte: o autor

4.3 Momento angular

Considerando uma dada partícula que gira em torno de um ponto de referência, chamamos de momento angular (L) desta partícula o produto da força produzida em função da quantidade de movimento circular, que recebe o nome de momento de inércia (I), e da velocidade de rotação (ω) com que esta partícula esta girando $(rpm\ ou\ rad/seg)$. O valor resultante do momento angular (L), o qual é perpendicular ao plano no qual atuam as outras duas forças, é obtido a partir do produto entre o vetor que define a posição desta dada partícula ($\vec{r}$) e o vetor de seu momento linear ($\vec{p}$), este que, por sua vez, função da massa da partícula e de sua velocidade ($m\vec{v}$). Em condições nas quais a massa da partícula (m) e a sua velocidade ($\vec{v}$) é nula ou ainda nas quais a velocidade da partícula é paralela a sua posição com relação à sua origem, o momento angular produzido também é nulo.

De acordo com a segunda Lei de Newton, a variação do momento em relação ao tempo é igual a resultante de todas as forças agindo sobre o sistema isolado, como pode ser visto na figura 23.

Figura 23: Decomposição vetorial do momento angular



Fonte: o autor

A descrição do momento angular de acordo com a segunda lei de Newton é dada por:

$$\vec{p} = \frac{d\vec{p}(t)}{dt} = m\vec{v} = F \quad -Segunda\ Lei\ de\ Newton \tag{4.35 A}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad Onde \quad \vec{p} = m\,\vec{v} \tag{4.35 B}$$

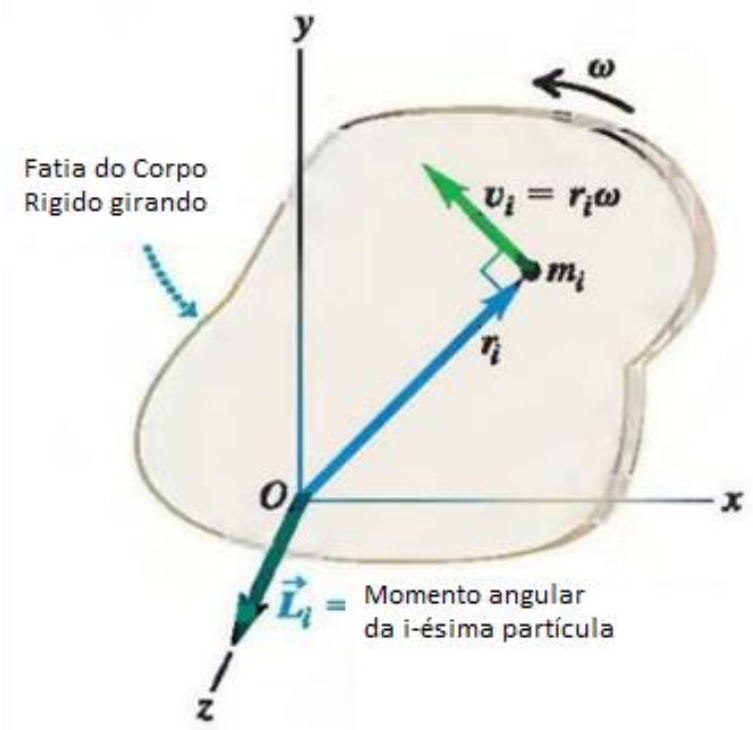
$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad Aplica-se\ o\ produto\ vetorial \tag{4.35 C}$$

$$L = mrv\ \sin\alpha \qquad 0nde\ v_{angular} = r\frac{d\theta}{dt} \tag{4.35 D}$$

$$L = mr^2\frac{d\theta}{dt}\ \sin\alpha \qquad Onde \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.35 E}$$

$$L = mr^2\omega\ \sin\alpha \qquad = 1 \tag{4.35 F}$$

Figura 24 : Demonstração do momento angular em uma fatia do corpo rígido girando



Fonte: http://www.slideplayer.com.br (adaptado)

O conjunto de equações 4.36 apresenta uma solução para a relação entre o momento angular da partícula *m* da Figura 24, agora com base em seu momento de inércia, como segue:

$$\left|\overrightarrow{L_i}\right| = L_i = m_i r_i v_i \sin 90° \quad (= 1) \qquad \text{(4.36 A)}$$

$$v_i = r_i\omega \qquad \text{(4.36 B)}$$

$$L_i = m_i r_i \left(r_i\omega \right) \qquad \text{(4.36 C)}$$

$$L_i = m_i r_i^2 \omega \qquad \text{(4.36 D)}$$

$$L = \left(\sum_i m_i r_i^2\right) \omega \quad Onde \quad I = \left(\sum_i m_i r_i^2\right) \qquad \text{(4.36 E)}$$

$$L = I\,\omega \qquad similar\ a\ \ p = mv \qquad \text{(4.36 F)}$$

Observando o conjunto de equações apresentadas em 4.36, que formalizam, de maneira simples e genérica, a análise da figura 24, é possível compreender a

relação entre a massa i-nésima (m_i) de uma partícula animada de movimento circular e o vetor de posição também i-nésima ($\vec{r}_i$), e, assim, compreender melhor a definição do momento angular da i-nésima partícula ($\vec{L}_i$).

Cabe ressaltar que, em se tratando de um sistema vetorial, que demanda cálculos de produto entre os vetores, temos que aplicar a “regra da mão direita” para estabelecer a direção do vetor $\vec{L}$, tal qual fazemos na solução de um problema de produto vetorial quando desejamos estabelecer a direção do eixo Z perpendicular aos eixos X e Y.

A equação 4.37A apresenta a somatória do momento angular produzido por todas as i-nésima partículas. Todavia, esta equação pode ser escrita no limite da soma em que N tende ao infinito, tal como se segue:

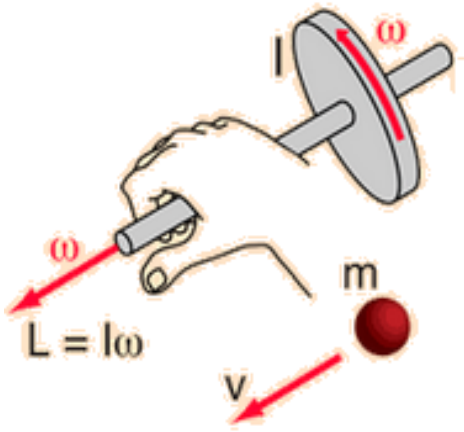
$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{l_\iota} \quad onde\ \vec{l_\iota}\ \text{é}\ o\ momento\ angular\ da\ i-\text{nésima}\ \text{partícula} \qquad (4.37\ \text{A})$$

$$\vec{L} = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{N} \vec{l_\iota} \quad momento\ angular\ total\ de\ qualquer\ corpo \qquad (4.37\ \text{B})$$

$$\vec{L} = \int_E d\vec{L} \quad momento\ angular\ de\ um\ corpo\ E \qquad (4.37\ \text{C})$$

A Figura 25 apresenta a regra da mão direita para o sentido do vetor do momento angular:

Figura 25: Regra da mão direita aplicada ao produto vetorial



Fonte: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu (adaptado)

O momento angular ($\vec{L}$), portanto,representa o produto do momento de inércia (I) pela velocidade angular (ω), ou rotacional. Podemos também estabelecer uma relação entre o torque ($\vec{\tau}$) e a força ($\vec{F}$), através das equações:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Leftarrow similar\ a\ \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (4.38\ A)$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}m\vec{v}) \quad (4.38\ B)$$

$$\vec{\tau} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}.m\vec{v}\right) + \left(\vec{r}.m\frac{d\vec{v}}{dt}\right) \quad \text{Regra do produto} \quad (4.38\ C)$$

$$\vec{\tau} = (\vec{v}.m\vec{v}) + (\vec{r}.m\vec{a}) \quad (4.38\ D)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r}.\vec{F} \quad (4.38\ E)$$

Pelo exposto, podemos observar, pelo comportamento matemático, que a aplicação de uma aceleração positiva no sistema isolado provoca um incremento na velocidade angular ($\Delta\omega$).Isto deve ocorrer devido à presença do torque (τ) , seja este positivo para acelerar, ou negativo para desacelerar, o que implica em um valor de ($\vec{r} > 0$) na presença de uma força ($\vec{F} > 0$) acelerando este o corpo em sua rotação, ou em uma força ($\vec{F} < 0$) desacelerando este corpo em sua rotação.

O incremento da velocidade angular (ω) pela ação do torque implica no imediato crescimento do momento angular (L), demonstrando que o torque promove uma aceleração ou desaceleração de um corpo rígido ou de uma partícula por meio de:

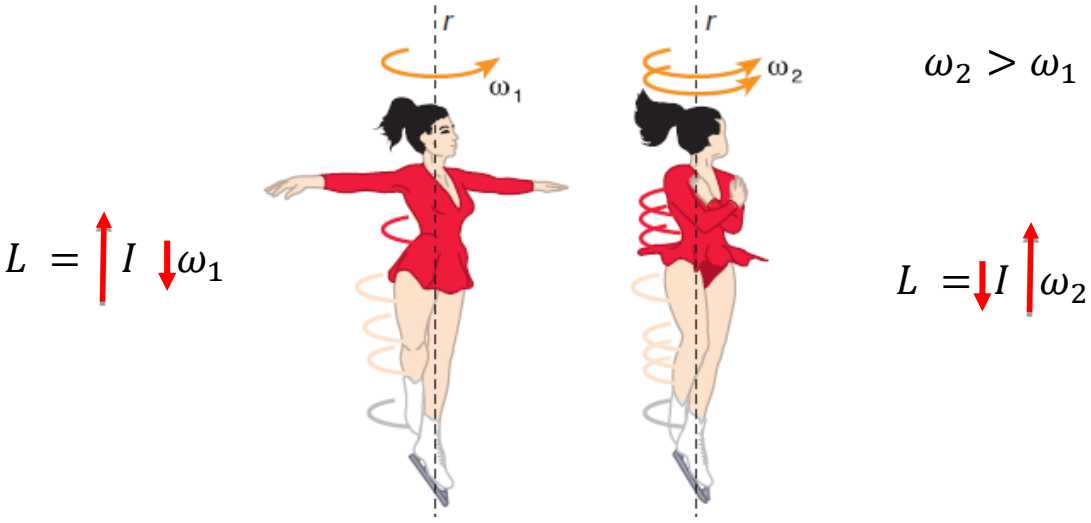
$$\tau = F.r = I.\alpha \quad \text{(4.39 A)}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{(4.39 B)}$$

Quando tratamos de momento angular, considerando um sistema fechado – isolado, percebemos que a quantidade de momento transferida de um corpo para outro é igual à quantidade de momento recebida por este mesmo corpo, e é este comportamento que caracteriza o estado de conservação da energia presente no momento angular de um corpo que gira, ou seja, a soma dos momentos envolvidos é sempre nula.

Esta energia conservativa justifica a constância na quantidade de momento angular do nosso planeta Terra, assegurando a repetibilidade na duração dos dias e,por conseguinte, das estações e da própria duração do ano. Outro exemplo que nos permite observar esta conservação na quantidade do movimento angular é a performance de um bailarino, que gira com uma velocidade lenta quando está com os braços abertos e, quando os fecha, tem a sua velocidade aumentada. Isto ocorre porque o seu momento de inércia ($L = I\ \omega$) é maior quando o mesmo está de braços abertos, pois a distribuição de massa está mais distante do eixo de rotação do corpo. Desta forma, se o momento de inércia aumenta, a velocidade angular diminui para que o produto, o momento angular, permaneça constante, como apresentado na figura 26:

Figura 26: Demonstração da conservação do momento angular



Fonte: www.osfundamentosdafisica.blogspot.com (adaptado). Acesso em 16 ago. 2016

4.4 Conservação da energia

As leis de conservação de energia são bem definidas em um sistema isolado, de modo que, se um sistema não interage com o seu ambiente de alguma forma, determinadas propriedades mecânicas não poderão ser alteradas. Por vezes, referimo-nos a estas propriedades como constantes do movimento. Essas propriedades ditas conservadas e suas leis de conservação resultantes podem ser consideradas como os princípios fundamentais da mecânica, sendo exemplos de conservação, energia, momento e momento angular.

As leis de conservação, estabelecidas aqui como princípios da mecânica, têm profundas implicações na simetria da natureza e servem como balizamento para qualquer teoria sobre qualquer ramo da ciência. Entendendo a energia como a capacidade para se produzir trabalho, então pode existir uma grande variedade de formas nas quais ela pode transformar-se (por exemplo: energia térmica pode transformar-se em energia mecânica, energia luminosa em energia elétrica, energia eólica em energia mecânica, etc), perpetuando-se.

Todavia, estas transformações de energia estão restringidas por um princípio fundamental: o princípio da conservação de energia. Assim, a energia total de um sistema físico isolado é uma quantidade conservada. Nesse sentido, quando um

sistema não interage com nenhuma vizinhança, ele é considerado um sistema físico fechado ou isolado.

Este princípio conservativo da energia também é possível em um sistema que interage intensamente com seu meio, desde que ainda mantenha algumas propriedades constantes por um espaço de tempo considerável. Por esse motivo, este sistema também pode ser estudado como um isolado (temos como exemplo deste fato uma fruta dentro da geladeira, ou de um isopor, ou o café no interior de uma garrafa térmica).

Lavoisier afirma que a soma de todas as energias em um sistema é a sua energia total, ou seja, se há uma diminuição da quantidade de energia em algum ponto de um sistema, certamente outra forma de energia passará a existir neste mesmo sistema. Este tipo de troca fica muito evidente em uma operação de descida de uma aeronave: ao usar o método do voo planado, no qual se reduz a tração do motor ao máximo, a sua velocidade da aeronave não é reduzida, uma vez que permuta sua energia potencial por energia cinética, mantendo a sua velocidade de descida estabilizada.

Ainda no sentido de compreender a conservação de energia, é necessário explorar o conceito explicito do termo trabalho, o qual se refere a uma atividade que aplica uma força ($\vec{F}$) sobre um corpo, fazendo com que o mesmo se movimente na direção da força. Por exemplo, uma força aplicada de *30N* ($\vec{F} = 30N$) sobre um corpo faz com que o mesmo se movimente na direção dela mesma ao longo de uma extensão de 4m ($d = 4m$), realizando um trabalho de *120 Joules* ($\tau = 120J$).

A energia pode ser, então, a capacidade para se produzir trabalho, e assim, de alguma forma, fica a ideia de que ter energia é poder realizar uma determinada quantidade de trabalho. De maneira simplificada, podemos afirmar que com energia pagamos pelo trabalho a ser realizado e, neste sentido, podemos supor que para produzir 100J (Joules) de trabalho, temos que gastar *100J* (Joules) de alguma forma de energia. Para elaborar este exemplo consideramos a transformação acontecendo com rendimento de 100%, o que não é uma verdade nos sistemas físicos disponíveis.

Finalmente, quando relacionamos a velocidade da realização do trabalho com o uso da energia, estamos nos referindo à potência com a qual realizamos o trabalho, ou seja, para produzir *250J* de trabalho em um intervalo de um segundo (usando 250J de energia), será empregado uma potência de *250W* (Watt). A velocidade com que se

realiza um trabalho é a velocidade de uso da energia, posto que uma força transfere uma unidade de energia quando realiza uma unidade de trabalho.

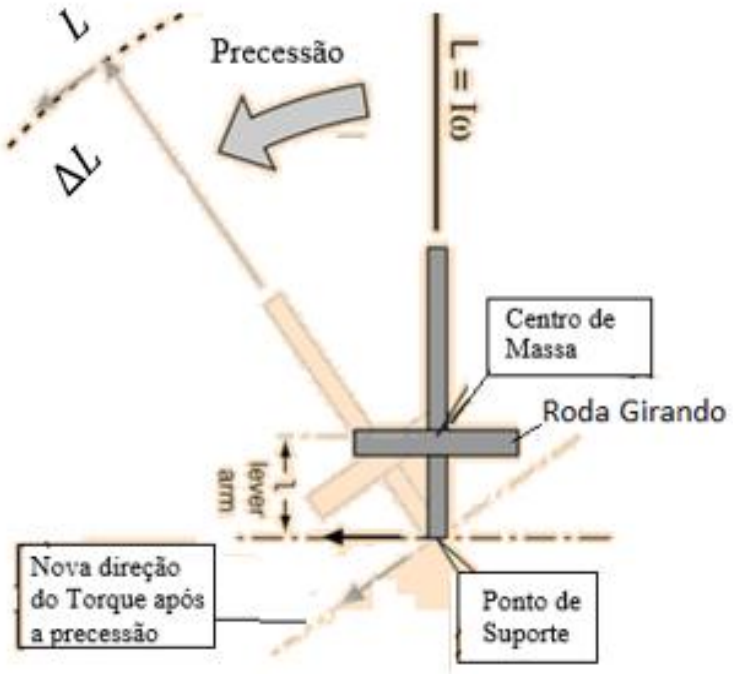
$$W = \left(\frac{1}{2} m \,.\, v_{final}^2\right) - \left(\frac{1}{2} m \,.\, v_{inicial}^2\right) \quad (4.40)$$

A mudança na quantidade de energia cinética de um corpo é igual ao trabalho líquido realizado por este corpo, sendo que este modelo se refere ao princípio “trabalho-energia”, o qual se apresenta como uma ferramenta importante na solução de diferentes problemas mecânicos. O modelo deriva da lei da conservação de energia e de suas aplicações nas relações de trabalho e energia, de modo que não é independente destas leis. Esta é, de fato, uma aplicação específica de conservação de energia, entretanto sua aplicação permite solucionar muitos problemas de forma eficiente.

4.5 A precessão giroscópica

Quando temos um corpo rígido de massa (m) girando em torno de um eixo a uma distância ($\vec{r}$), desenvolvemos um momento angular ($\vec{L} = I\,\vec{\omega}$). Para determinarmos a direção deste momento angular criado, utilizamos a regra da mão direita, tal qual feito no produto vetorial entre os vetores ($\vec{r}\ e\ m\vec{v}$), vide figura 27:

Figura 27: Apresentação do efeito da precessão



Fonte: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu (adaptado). Acesso em 11 out. 2016

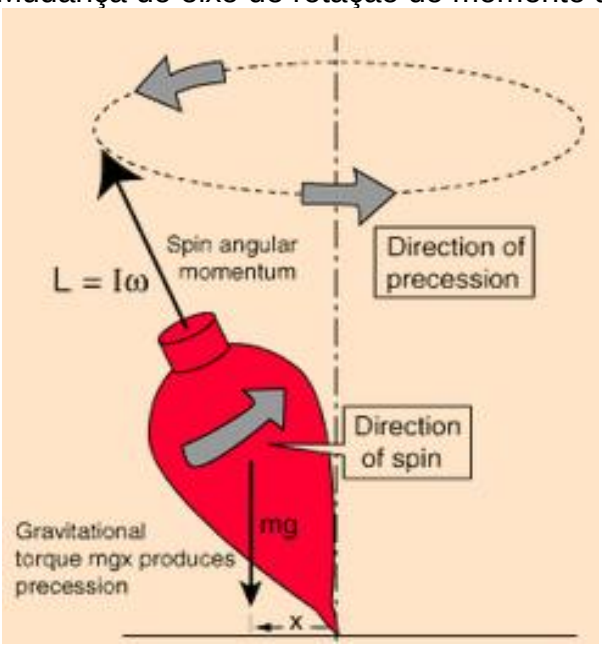
A equação 4.41, com base na Figura 27, apresenta um modelo em que é possível definir a direção do torque após início da precessão.

$$\tau = m\ g\ l \ \Rightarrow \ \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad (4.41)$$

Tendo a variação do momento angular ΔL sempre perpendicular ao momento angular L, temos que o eixo L realiza uma varredura, um círculo (sem alterar sua magnitude), uma espécie de órbita. Se a roda for girada no sentido oposto, o sentido de momento angular L se inverte. Entretanto, a ΔL não se inverte e a precessão se manifesta na direção oposta.

Quando este eixo de rotação, chamado de momento angular $(\vec{L})$, for perpendicular ao plano de rotação do corpo, ele é levado a uma mudança de direção. Tratamos este acontecimento como precessão Giroscópica.

Figura 28: Mudança do eixo de rotação do momento angular ($\vec{L}$)



Fonte: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu. Acesso em 11 Out. 2016

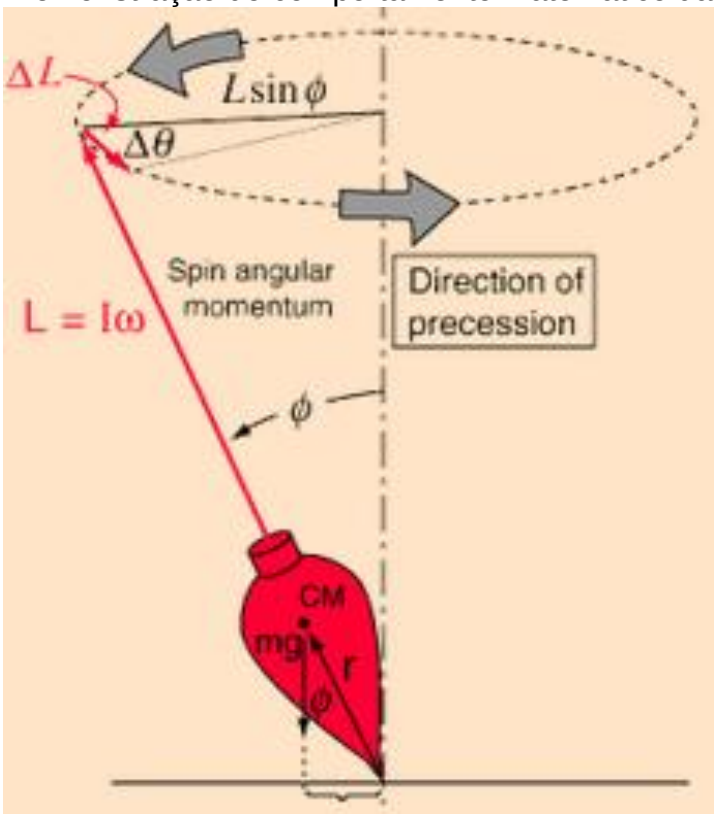
Com base na figura 28, a precessão giroscópica tem origem na presença do campo de atração gravitacional ($m\ g$), o que provoca a mudança na direção do eixo do momento angular $\left(\vec{L}\right)$ e produz o torque gravitacional ($\tau = (m\ g)\ x$), em que (x) é a distância da posição inicial do corpo (peão). Neste caso, o eixo do momento angular passa sobre o eixo do centro de massa até a nova posição do corpo (peão), na qual o eixo do centro de massa forma um ângulo ($\emptyset$) com o eixo do momento angular.

A equação 4.42 A/B apresenta a demonstração do cálculo do torque gravitacional com base na Figura 29.

$$braço\ da\ alavanca\ (\ x\ ) = \ r\ \sin\emptyset \qquad (4.42\ A)$$

$$\tau = F\ x \Rightarrow \ \ m\ g\ (\ r\ \sin\emptyset\ ) = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad (4.42\ B)$$

Figura 29: Demonstração do comportamento matemático da precessão



Fonte: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu. Acesso em 11 out. 2016

É importante observar na equação 4.43D que a velocidade angular de precessão (ω_p) é inversamente proporcional à velocidade angular (ω) do corpo, ou seja, o corpo gira mais rápido, em sua trajetória de precessão, sua velocidade angular for menor.

Outro aspecto interessante a ser observado é a questão da posição do centro de massa (CM). Caso haja alguma variação nesta posição que venha provocar um aumento do momento de inércia do corpo, ocorre uma diminuição da velocidade angular de precessão(ω_p).

$$\Delta\theta = \frac{\Delta L}{L \sin \emptyset} \qquad (4.43\ A)$$

$$\omega_p = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad velocidade\ angular\ da\ precessão \qquad (4.43\ B)$$

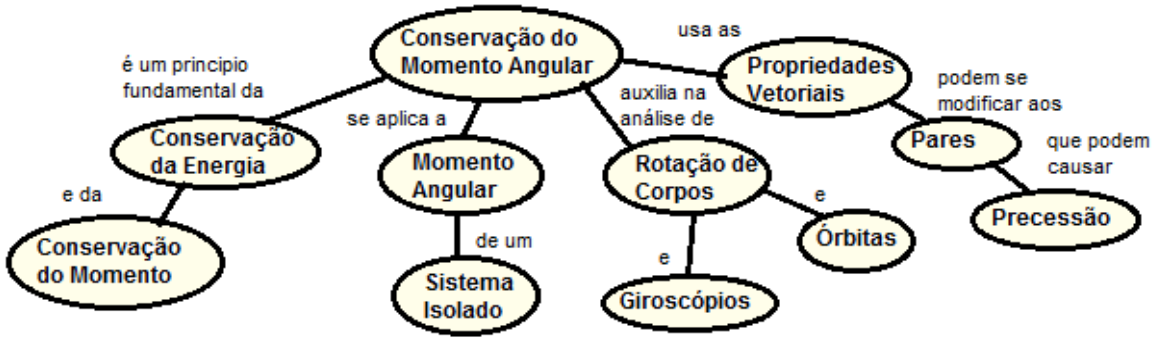
$$\omega_p = \frac{\Delta L}{\Delta t\ L\ \sin \emptyset} = \frac{\tau}{L\ \sin \emptyset} = \frac{m\ g\ r\ \sin \emptyset}{L\ \sin \emptyset} \qquad (4.43\ C)$$

$$w_p = \frac{m\ g\ r}{I\ \omega} \qquad (4.43\ D)$$

O modelo matemático apresentado na equação 4.43D, ainda mostra-se válido para condições nas quais a velocidade angular do corpo (ω) é muito maior que a velocidade angular de precessão (ω_p), isto porque, com a desaceleração da parte superior do corpo, na qual se concentra o centro de massa (CM), observa-se o início de uma oscilação, o que sugere que outros tipos complexos de movimento passam a atuar sobre o corpo.

4.6 A conservação do momento angular

Figura 30: Mapa Conceitual - Conservação do momento angular



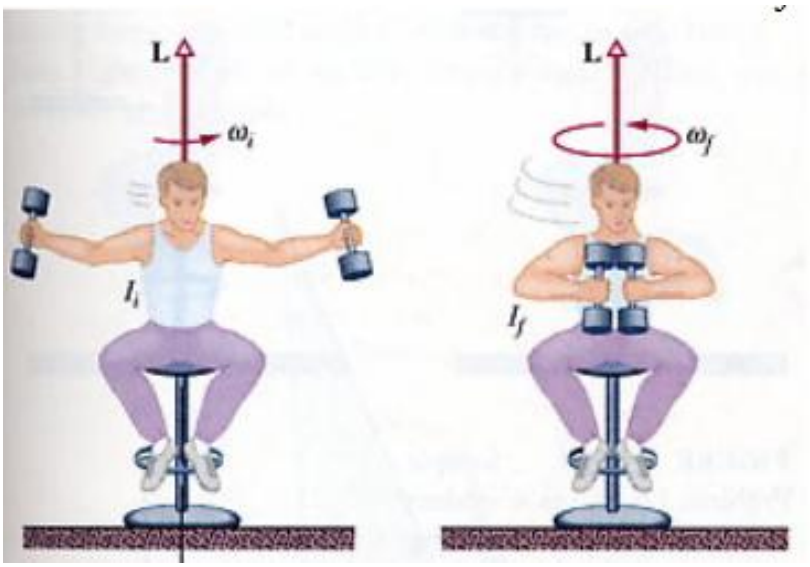
Fonte: o autor

O momento angular em um sistema isolado permanece constante em magnitude e direção, e se define como sendo o produto do momento de inércia e da velocidade angular, como apresentado na Figura 30:

$$L = I\omega \tag{4.44}$$

O momento angular, ainda, é uma expressão de quantidade vetorial, portanto só fica inteiramente determinado quando é dado um número real que o mede numa dada unidade, direção e sentido. Além disso, a soma vetorial dos momentos angulares das partes de um sistema isolado é sempre constante. Isto supõe uma forte restrição sobre os tipos de movimentos rotacionais que podem ocorrer em um sistema isolado, ou seja, se em uma parte do sistema tem-se um momento angular em uma dada direção, então em alguma outra parte do sistema, simultaneamente, deve acontecer o mesmo momento angular, porém em direção oposta, como pode ser visto na figura 31:

Figura 31: Conservação do momento angular com a variação do momento de inércia



Fonte: http://midia.cmais.com.br. Acesso em 09 out. 2016

O conjunto de equações 4.45A a 4.45E e 4.46A até 4.46E demonstram a conservação do momento angular com a variação do momento de inércia.

$$L_i = I_i\omega_i \;\Rightarrow\; L_f = I_f\omega_f \;\Rightarrow\; I_i\omega_i = I_f\omega_f \qquad (4.45\ A)$$

$$\omega_f = \left(\frac{I_i}{I_f}\right)\omega_i \qquad (4.45\ B)$$

$$\tau_{ext}^{Z} = 0 \Rightarrow L_Z = constante - Sem\ influência\ externa \qquad (4.45\ C)$$

$$F_{atrito} = 0 \Rightarrow Sem\ atrito\ na\ cadeira\ para\ girar \qquad (4.45\ D)$$

$$L_Z = I\omega \Rightarrow constante \Rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f \qquad (4.45\ E)$$

Quando os halteres são aproximados os $(I_f < I_i)$ e a velocidade ω aumenta e a energia não se mantém.

$$K_i = \frac{1}{2} I_i\omega_i^2 \qquad Energia\ cinética\ inicial \qquad (4.46\ A)$$

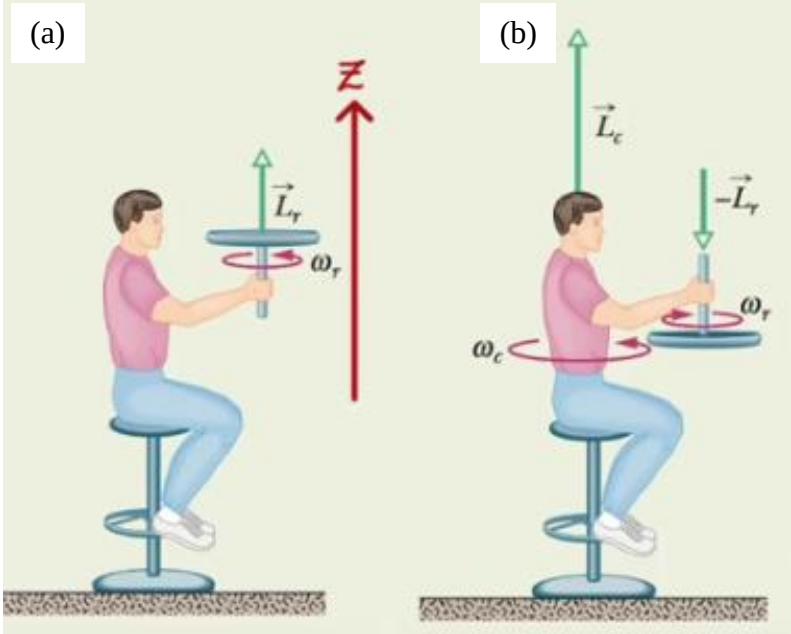
$$K_f = \frac{1}{2} I_f\omega_f^2 \qquad Energia\ cinética\ final \qquad (4.46\ B)$$

$$K_f = \frac{1}{2} I_f\left[\left(\frac{I_i}{I_f}\right)\omega_i\right]^2 \qquad Substituindo\ (\omega_f)\ com\ a\ equação\ 3.50\ B \qquad (4.46\ C)$$

$$K_f = \frac{1}{2} I_i\,\omega_i^2\left(\frac{I_i}{I_f}\right) \qquad Substituindo\ por\ K_i\ da\ equação\ 3.51\ A \qquad (4.46\ D)$$

$$K_f = K_i\left(\frac{I_i}{I_f}\right) \qquad Sendo \quad \left(\frac{I_i}{I_f}\right) > 1 \quad então \quad K_f > K_i \qquad (4.46\ E)$$

Figura 32: Demonstração da conservação do momento angular com roda de bicicleta



Fonte: http://midia.cmais.com.br. Acesso em 09 out. 2016

O conjunto de equações 4.47 A até 4.47 E demonstram a conservação do momento angular com o experimento da roda de bicicleta, como demonstrado na figura 32.

$$L_i^Z = L_r - Situação\ em\ (a) \quad (4.47\ A)$$

$$L_f^Z = L_c - L_r - Situação\ em\ (b) \quad (4.47\ B)$$

$$L_i^Z = L_f^Z - Conservação\ do\ momento\ angular \quad (4.47\ C)$$

$$L_r = L_c - L_r \quad (4.47\ D)$$

$$L_c = 2L_r - Onde\ L_c = I_c \quad (4.47\ E)$$

5 APLICAÇÃO DO TRABALHO

A Figura 33 apresenta o fluxo de aplicação deste trabalho. Inicialmente foi aplicado aos alunos do Curso Técnico de Manutenção de Aeronaves o caderno de Teste de Conhecimentos (Pré-Teste), que continha um questionário com questões de múltipla escolha e dissertativas. Esta aplicação foi realizada no primeiro semestre de 2016 para que pudéssemos identificar o nível de conhecimento já apropriado pelos alunos em oportunidades anteriores, seja por instrução recebida no próprio IFSP, seja nas escolas de ensino básico.

Com base nessas informações, construímos o MI, apresentado nos Anexos deste trabalho, e criamos os roteiros dos experimentos a serem aplicados com os alunos, visando à facilitação do processo de aprendizagem significativa. Esse MI é composto por sete partes que se complementam e que são assessoradas por seis atividades experimentais: uma a ser aplicada em laboratório e outras cinco aplicadas na oficina do hangar, de acordo com as suas características.

Figura 33: Fluxo da aplicação deste trabalho

Fonte: LARA, A. E.; SOUSA, C.M.S (2009)

Após a conclusão da elaboração do MI, bem como dos roteiros que conduziram os experimentos, submetemos o teste a outro grupo de alunos do segundo semestre do curso técnico em manutenção de aeronaves no segundo semestre de 2016, a fim de verificar também a condição inicial deste grupo. Fica a ressalva de que os pré-testes foram aplicados antes de qualquer intervenção com os alunos.

O objetivo do pré-teste era contribuir para a formação profissional dos aprendizes, pois saberíamos quais eram seus conhecimentos prévios e, a partir deles, avançaríamos nos estudos. Este esclarecimento auxiliou na interpretação do pré-teste como um instrumento instigador de aprimoramento de capacidades particulares. Os

alunos também passaram a apreciar este teste, pois, com ele, logo de início, já foram expostos a situações do dia-a-dia de um profissional da aviação civil, e foram desafiados a resolver estes problemas.

Após a aplicação do pré-teste, iniciou-se o seguinte processo: em sala de aula foi realizada a apresentação de um conteúdo teórico através da utilização de projetor de multimídia e de slides. O conteúdo teórico foi explorado a partir de uma contextualização com o cenário da aviação civil e buscando sempre exemplos da prática de procedimentos de manutenção. Ao final desta apresentação teórica, os alunos participavam, no laboratório ou na oficina do hangar, do experimento proposto, com o objetivo de que eles empregassem o conhecimento teórico tratado em sala de aula na experiência prática. Esta sequência foi aplicada em cada uma das seis lições preparadas no MI.

Quando se deram por encerradas as atividades das seis lições, os alunos foram submetidos ao pós-teste. Assim pudemos fazer uma comparação da situação final dos alunos em relação à inicial. Estes testes foram compostos por 36 questões variadas (múltipla escolha, resposta numérica, múltipla escolha com mais uma alternativa correta, verdadeiro ou falso, etc) sendo que, para o conteúdo abordado em cada uma das seis lições, havia seis questões.

Após a realização dos testes, os resultados foram agrupados em uma tabela. Foram calculados os percentuais médios de acerto por questão, cujos valores foram plotados em um gráfico de barras mostrando as diferenças entre a situação inicial e final do grupo, por questão. Os percentuais médios gerais de acerto do pré e pós-teste, bem como os desvios padrão, também foram calculados e plotados em um gráfico de dispersão com barra de erros, mostrando claramente a diferença entre a situação geral inicial e final do grupo.

Com os resultados finais foi possível construir uma interpretação do resultado obtido, que serviu como sustentação de nossas conclusões.

5.1 Os atores

Os participantes da presente pesquisa foram os alunos do penúltimo (segundo) semestre do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em célula, do Instituto Federal de São Paulo, *Campus* São Carlos. O curso é oferecido no período das 13h às 17h30, de segunda à sexta-feira, com algumas aulas eventuais aos sábados no período das 8h às 12h. O grupo de alunos é formado, majoritariamente, por jovens que ainda cursam o Ensino Médio. Devido a este fato o curso é oferecido na modalidade concomitante. De maneira geral, estes jovens buscam no IFSP uma preparação profissional.

Figura 34: Grupo de alunos do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula

Fonte: o autor

5.2 O perfil do trabalho

Os PCNs[4] (Parâmetros Curriculares Nacionais), em seu caderno de Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

[4] Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS.pdf. Acesso em 15 Out. 2016

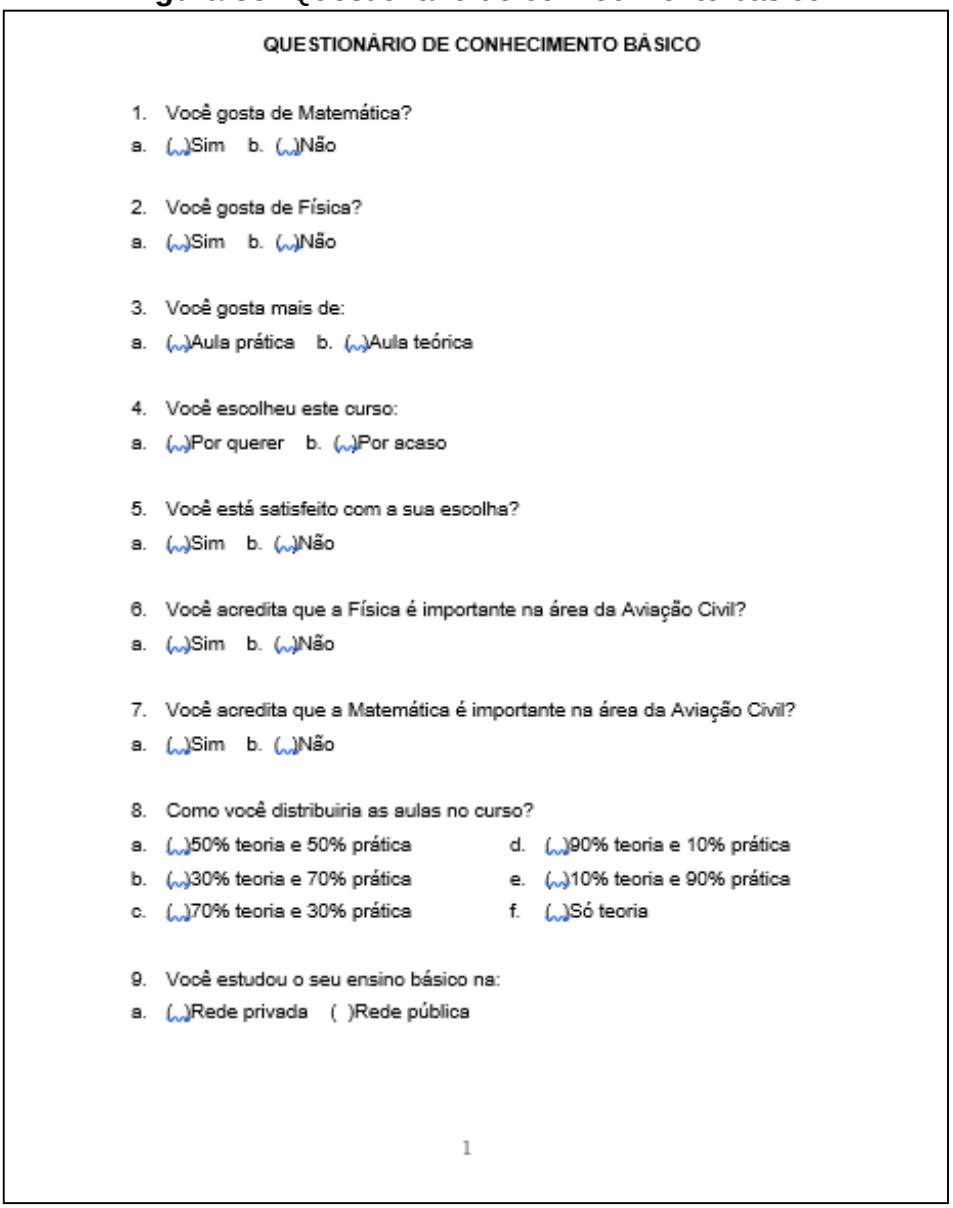
referentes ao Ensino Médio, na seção de física, ajudam-nos a entender o caminho a ser seguido na abordagem pretendida na disciplina de Ciências Básicas:

> Assim, o espaço tradicionalmente demarcado pela Mecânica passa a ser associado às competências que permitem, por exemplo, lidar com os movimentos de coisas que observamos, identificando seus "motores" ou as causas desses movimentos, sejam carros, aviões, animais, objetos que caem, ou até mesmo as águas do rio ou o movimento do ar. Nessa abordagem, a Mecânica permite desenvolver competências para lidar com aspectos práticos, concretos, macroscópicos e mais facilmente perceptíveis, ao mesmo tempo que propicia a compreensão de leis e princípios de regularidade, expressos nos princípios de conservação.

Comprometido com esta linha de pensamento, foi desenvolvido durante todo o processo de pesquisa (momento anterior, durante e posterior) um material instrucional com o objetivo de colaborar com o ensino de física, especialmente nos cursos de Técnico em Mecânica de Aeronaves. O trabalho realizado junto a este grupo de alunos teve seu início com a aplicação de um questionário de conhecimentos básicos (Figura 35). Com este questionário buscamos obter uma compreensão preliminar do cenário a ser encontrado, a fim de sintonizar a forma de aplicação dos diversos procedimentos de ensino ao longo da aplicação das etapas desta pesquisa, com vistas a incrementar o potencial de aprendizagem, interesse e participação do grupo.

A partir dos resultados obtidos com este questionário, foi possível mapear, por meio de um conjunto de gráficos, o perfil central do grupo de alunos, de forma a ajustar a formatação do desenvolvimento do trabalho a ser aplicado. Este tipo de abordagem é normalmente praticada em sala de aula pelos professores quando iniciam suas atividades junto a um novo grupo de alunos.

Figura 35: Questionário de conhecimento básico



QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTO BÁSICO

1. Você gosta de Matemática?
a. (...)Sim b. (...)Não

2. Você gosta de Física?
a. (...)Sim b. (...)Não

3. Você gosta mais de:
a. (...)Aula prática b. (...)Aula teórica

4. Você escolheu este curso:
a. (...)Por querer b. (...)Por acaso

5. Você está satisfeito com a sua escolha?
a. (...)Sim b. (...)Não

6. Você acredita que a Física é importante na área da Aviação Civil?
a. (...)Sim b. (...)Não

7. Você acredita que a Matemática é importante na área da Aviação Civil?
a. (...)Sim b. (...)Não

8. Como você distribuiria as aulas no curso?
a. (...)50% teoria e 50% prática
b. (...)30% teoria e 70% prática
c. (...)70% teoria e 30% prática
d. (...)90% teoria e 10% prática
e. (...)10% teoria e 90% prática
f. (...)Só teoria

9. Você estudou o seu ensino básico na:
a. (...)Rede privada ( )Rede pública

1

Fonte: o autor

Como os alunos, pela evolução natural de seus estudos, ainda não apresentavam uma total apropriação dos conhecimentos específicos no campo da física e dentro do contexto da aviação civil, foi apresentado a eles um conjunto de objetivos, na forma de roteiro (Tabela 1):

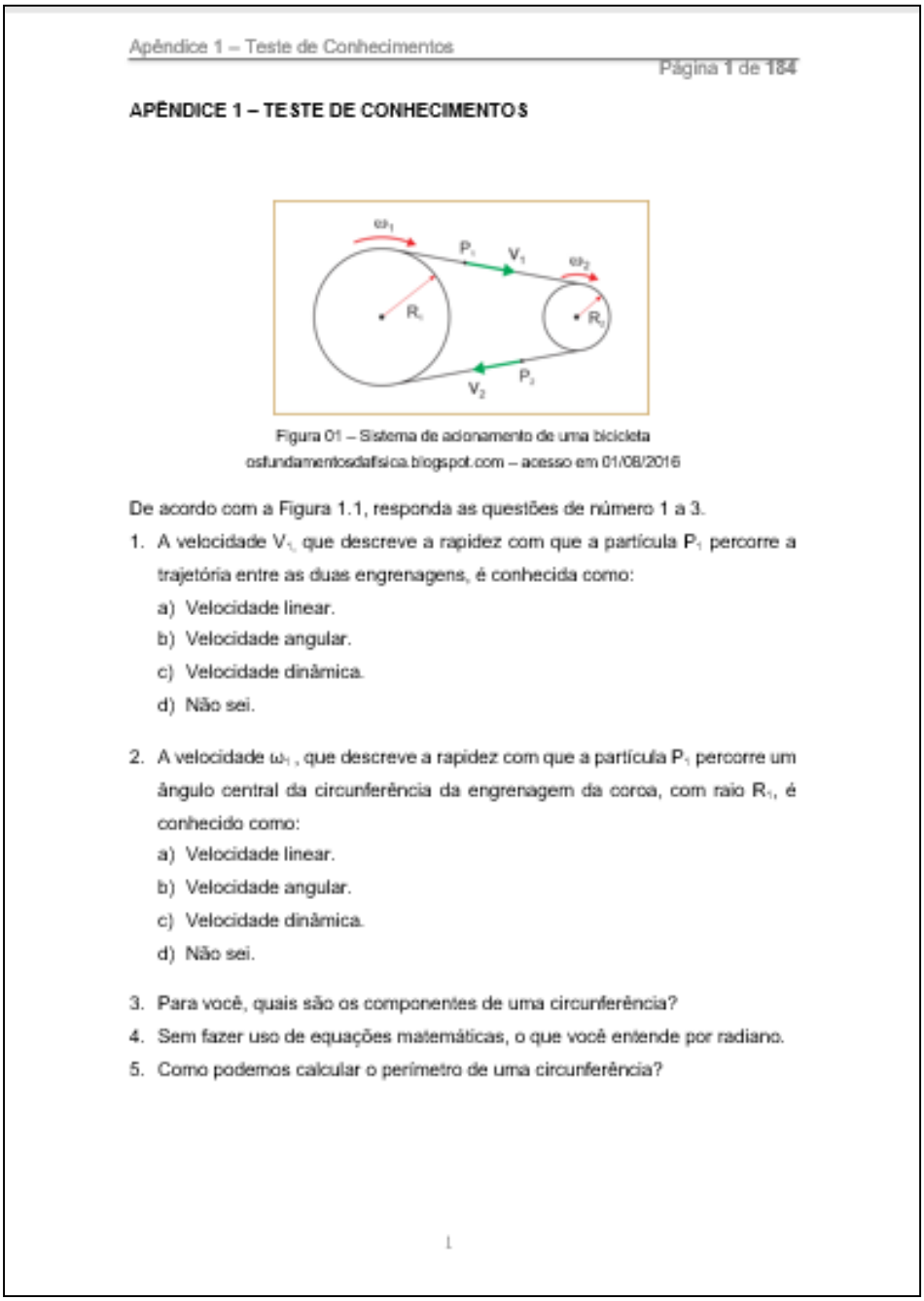
Tabela 1: Roteiro de atividades

ENCONTROS	QUANTIDADE DE ALUNOS	TEMPO DE AULA	TEMA DA AULA / CONTEÚDO
1° encontro – 12/08/2016	25	3h30	a) Discussão dos objetivos do trabalho b) Realização do questionário de conhecimentos pessoais c) Realização do teste de conhecimento, versão pré-teste d) Distribuição da apostila
2° encontro – 19/08/2016	23	3h30	1. Movimento Circular Uniforme a) Velocidade linear b) Radiano c) Velocidade Angular
3° encontro – 02/09/2016	24	3h30	1. Experimentos a) Hélice + trena i. Velocidade linear ii. Velocidade angular
4° encontro – 02/09/2016	25	3h30	1. Torque ou momento a) Translação e rotação b) Braço de uma alavanca c) Força aplicada
5° encontro – 16/09/2016	22	3h30	1. Experimentos a) Torquímetro de estalo + balança de peixeiro i. Torque ou momento b) Hélice + balança de peixeiro i. Torque ou momento
6° encontro – 16/09/2016	24	3h30	1. Momento de inércia a) Centro de massa b) Formas geométricas e seus momentos de inércia
7° encontro – 16/09/2016	23	3h30	1. Experimentos a) Roda de bicicleta i. Giroscópio ii. Momento de inércia
8° encontro – 23/09/2016	23	3h30	1. Momento angular a) Quantidade de movimento
9° encontro – 30/09/2016	24	3h30	1. Experimentos a) Roda de bicicleta + plataforma giratória i. Conservação de energia, momento angular b) Plataforma giratória e halteres i. Conservação de energia e momento de inércia
10° encontro	25	3h30	Avaliação dos resultados

Fonte: o autor

Antecipando a execução deste roteiro, foi solicitado aos alunos que participassem de uma experiência teórica com conhecimentos a respeito dos assuntos a serem abordados, o que foi feito com o auxílio de um caderno de questões sob o título de “Verificação de Conhecimentos em Física” (Figura 36).

Figura 36: Página do caderno de Teste de Conhecimentos



Apêndice 1 – Teste de Conhecimentos

Página 1 de 184

APÊNDICE 1 – TESTE DE CONHECIMENTOS

Figura 01 – Sistema de acionamento de uma bicicleta
osfundamentosdafisica.blogspot.com – acesso em 01/08/2016

De acordo com a Figura 1.1, responda as questões de número 1 a 3.

1. A velocidade V_1, que descreve a rapidez com que a partícula P_1 percorre a trajetória entre as duas engrenagens, é conhecida como:
   a) Velocidade linear.
   b) Velocidade angular.
   c) Velocidade dinâmica.
   d) Não sei.

2. A velocidade ω_1, que descreve a rapidez com que a partícula P_1 percorre um ângulo central da circunferência da engrenagem da coroa, com raio R_1, é conhecido como:
   a) Velocidade linear.
   b) Velocidade angular.
   c) Velocidade dinâmica.
   d) Não sei.

3. Para você, quais são os componentes de uma circunferência?
4. Sem fazer uso de equações matemáticas, o que você entende por radiano.
5. Como podemos calcular o perímetro de uma circunferência?

1

Fonte: o autor

De acordo com a proposta de Ausubel (2003), é importante identificar os conceitos subsunçores, ou seja, os conhecimentos prévios já adquiridos pelos

estudantes, a fim de dar início a novos temas a partir e englobando aqueles que já são de conhecimento comum.

Segundo Moreira, o conhecimento prévio de um aluno consiste em:

> [...] conceitos subsunçores, representações, esquemas, modelos, construtos pessoais, concepções alternativas, invariantes operatórios, enfim, cognições já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz (MOREIRA, 2011, p.9)

Tabela 2: Classificação dos assuntos no teste de conhecimentos

CLASSIFICAÇÃO DOS ASSUNTOS NO TESTE DE CONHECIMENTOS			
Questão	Conhecimento	Questão	Conhecimento
01	Velocidade linear	19	Velocidade angular
02	Velocidade angular	20	M C U
03	Geometria	21	Torque, momento
04	Geometria	22	Torque, momento
05	Geometria	23	Torque, momento
06	Cinemática	24	Momento de inércia
07	Interpretação Gráficos	25	Momento de inércia
08	Interpretação Equações	26	Momento de inércia
09	Interpretação Equações	27	Momento de inércia
10	Interpretação Trajetórias	28	Momento angular
11	Interpretação Equações	29	Conservação de energia
12	Interpretação Trajetórias	30	Conservação de energia
13	Velocidade linear	31	Conservação de energia
14	Velocidade angular	32	Momento de inércia
15	Velocidade angular	33	Momento angular
16	Velocidade linear	34	Precessão giroscópica
17	Velocidade angular	35	Precessão giroscópica
18	Velocidade linear	36	Giroscópio

Fonte: o autor

A apresentação deste teste de conhecimentos permite conhecer o perfil do grupo de alunos, para que, na sequência, possa ser iniciado o trabalho de aplicação do MI. Ao final desta aplicação, é realizada uma nova avaliação utilizando o mesmo

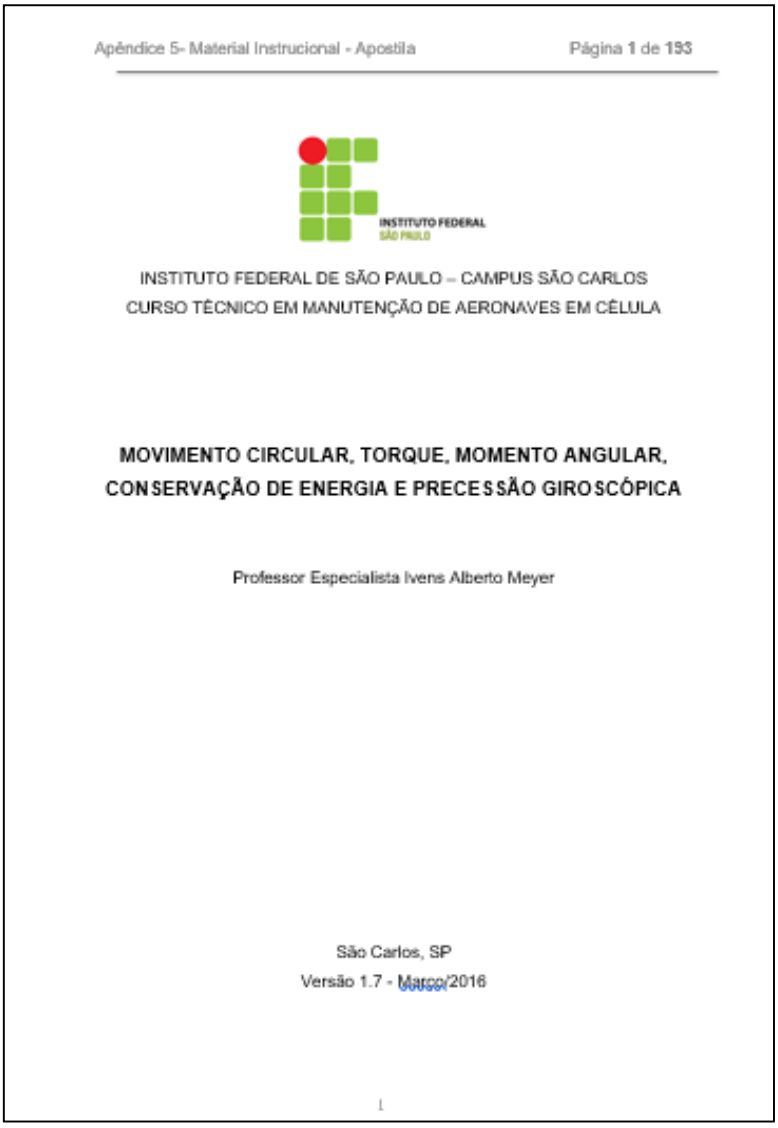
teste de conhecimentos, o que, a princípio, contradiz a avaliação significativa do aprendizado, que deveria acontecer com um conjunto diferenciado de questionamentos, porém nos pareceu mais adequada esta prática. Os resultados destas avaliações são confrontados para determinar se ocorreu ou não alguma evolução, e ainda, se esta evolução pode ser considerada significativa.

5.3 Etapas de aplicação

5.3.1 O primeiro encontro: apresentação do trabalho

Neste primeiro encontro, o objetivo era aplicar os testes de conhecimentos e entregar a apostila desenvolvida, que é parte do MI. Este primeiro encontro teve duração de 3h30 e havia 25 alunos presentes. A apostila entregue foi desenvolvida para ser aplicada neste trabalho e pensada como parte de um conjunto, no qual outras ferramentas didáticas e recursos tecnológicos serão utilizados.

Figura 37: Capa da apostila



Fonte: o autor

Com a preocupação que esta apostila não viesse a ser um instrumento propenso a fomentar a aprendizagem mecânica, a mesma foi desenvolvida como um conjunto de estratégias que servem de suporte teórico e não como um único instrumento didático. A apostila foi construída nos moldes de um livro texto, por entender que, assim, nosso aluno se sente mais à vontade, pois esta é a prática com a qual está acostumado.

A matemática está presente na apostila, mas não em excesso e nem com a prerrogativa de alcançar os mínimos detalhes, porque, ao nosso entender, neste tipo de ensino profissionalizante, a matemática não deve ser a única preocupação, nem o grande objetivo.

O aspecto mais importante e que serviu como pauta para orientar este trabalho de criação, foi o de procurar abordar o aluno com uma linguagem simples e com conceitos objetivos. Outro critério importante na elaboração deste material foi a utilização de imagens, com o objetivo de colaborar para a fixação de conceitos abstratos sem implicar na extrema necessidade de fixar modelos matemáticos complexos. Estas imagens, dispostas em grande quantidade, têm como objetivo principal apresentar os objetos do cenário da aviação civil, procurando criar uma contextualização do ambiente aeronáutico a fim de colaborar para o estímulo do aprendizado.

Os exercícios dispostos ao longo da apostila foram, majoritariamente, criados a partir de situações do cotidiano de um profissional da área da aviação civil. Desta maneira, na apostila, não será questionado, por exemplo, quanto vale “d” ou “x”, mas, sim, qual é o valor da envergadura de uma asa, a sustentação produzida por um aerofólio NACA 1012, por exemplo. Assim, mostramos aos nossos alunos, por meio de exercícios que também discutem referenciais teóricos da física, como este conhecimento pode ser aplicado na resolução de problemas profissionais.

5.3.2 O segundo encontro – Movimento Circular Uniforme

No segundo encontro foi aplicado o conteúdo teórico contido no MI acerca de Movimento Circular Uniforme, eixos de rotação de uma aeronave, deslocamento, a aceleração e velocidade, tanto linear, quanto angular. A aula teve duração de 3h30 e havia 25 alunos presentes.

Como o interesse deste trabalho é mostrar a evolução do conhecimento dos aprendizes a partir da Teoria da Aprendizagem Significativa, é preciso fazer uso de todos os dispositivos e ferramentas disponíveis no ambiente de ensino para alcançar esta finalidade, entendendo que a aplicação de diferentes métodos de educar pode contribuir para o alcance de um resultado final. Neste sentido, buscamos sempre fazer o novo conhecimento se apoiar de alguma forma no conhecimento anterior, aquele que o aluno já se julga capacitado. Desta maneira, após uma introdução teórica, feita a partir do cenário da aviação civil, foi realizado um experimento, cujo objetivo principal era concatenar a teoria à pratica, mostrar o inter-relacionamento do conhecimento anterior com o atual e assegurar que as diferentes áreas podem

colaborar na conquista de um melhor resultado. O experimento 1 está disponível no roteiro de atividades e aborda conceitos relativos à Velocidade Linear, Velocidade Angular, Período, Frequência e Radiano.

O material utilizado no experimento 1 consistiu em uma hélice de alumínio (figura 38) da marca Sensenick, modelo 72CK, que equipa as aeronaves de modelo GURI fabricadas pela AEROMOT e cedidas pela ANAC para utilização no Curso de Manutenção de Aeronaves em Célula do IFSP – São Carlos.

Figura 38: Experiência 01 - Hélice instalada na aeronave

Fonte: http://papodehangar.blogspot.com.br/

Figura 39: Experiência 01 - Pá da hélice já dividida em 03 estações de igual comprimento.

Fonte: o autor

:o é dividir uma das pás da hélice em 3 seções de igual comprimento, conhecidas como estações (St - station), sendo estas: estação 01 (St_{01}), estação 02 (St_{02}) e estação 03 (St_{03}) (figura 39). Para tanto, usamos uma fita adesiva de papel (fita crepe), e colamo-la na superfície da hélice, conhecida como extradorso, e, sobre esta fita, com o auxílio de uma trena (em metros) e uma caneta para marcação. Realizamos a divisão e marcação das três partes iguais.

Figura 40: Experiência 01 - Protactor ou medidor de nível angular.

Fonte: o autor

Figura 41: Experiência 01 - Medição do grau de incidência da pá em cada uma das estações usando o protactor

Fonte: o autor

No caso da hélice utilizada neste experimento, a medida da envergadura (L) encontrada foi de ($L = 1{,}82m$), portanto a pá apresenta ($Pá = \frac{L}{2} = 0{,}91m$) e, assim, cada uma das três divisões foi marcada com ($Divisão = \frac{Pá}{3} = 0{,}3m$).

Cada uma das três divisões foi realizada com o auxílio de uma ferramenta de medição chamada “protactor” (ferramenta utilizada para medir inclinação de uma superfície) (figura 40). A medição do ângulo de incidência da pá resultou nos valores de $23^0, 18^0$ *e* 11^0 a contar da raiz da pá, respectivamente.

Figura 42: Experiência 1 - Parte do texto extraído da Especificação Operativa EA 2001-T8

I - Modelo AMT-600 “GURI” (Categoria Primária), homologado em 12 de dezembro de 2001.

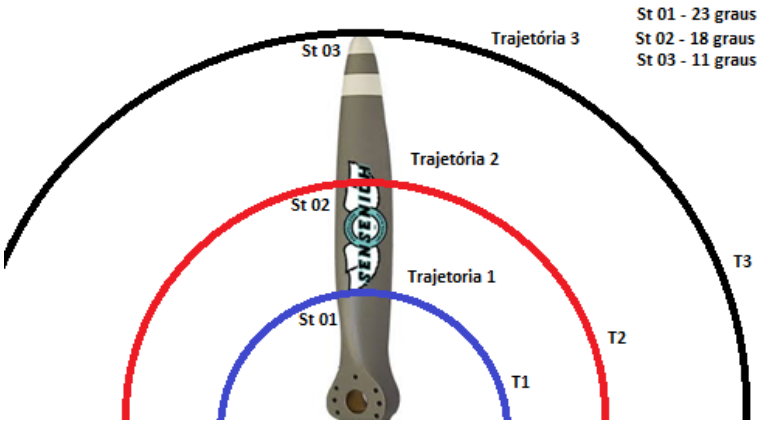
MOTOR	Um (1) Textron Lycoming modelo 0-235-N2C (ver nota 5).
COMBUSTÍVEL	Gasolina de aviação, mínimo de 100 octanas.
LIMITES DO MOTOR	86,6 kw (116 hp)/2 800 rpm (decolagem, 5 minutos). 86,6 kw (116 hp)/2 800 rpm (Max. contínua).

Fonte: Especificação Operativa EA 2001-T8

Foi obtida a informação, a partir da Especificação Operativa EA 2001-T8, emitida pela Agência Nacional da Aviação Civil – ANAC, em junho de 2008, de que a

velocidade máxima de rotação da referida hélice, quando instalada, é de 2800 RPM (figura 42) e, a partir desta velocidade máxima angular, foi solicitado aos alunos que calculassem a velocidade linear em cada uma das trajetórias, chamando-as de (T_1 ; T_2 *e* T_3) sempre partindo da raiz da pá (figura 43).

Figura 43: Experiência 1 - Experimento proposto para o cálculo da velocidade linear



Fonte: o autor

A velocidade linear na trajetória T_1 calculada pelos alunos foi:

$$S_{T1} = 2 * \pi * r_{T1} \Rightarrow 2 * 3{,}141 * 0{,}3 \Rightarrow 1{,}89m \quad \text{(5.1 A)}$$

$$Vlinear_{T1} = S_{T1} * \omega \Rightarrow S_{T1} * rpm \Rightarrow 1{,}89 * 2800 \Rightarrow 5.292\ {}^{m}/_{minuto} \quad \text{(5.1 B)}$$

$$Vlinear_{T1} = \frac{(5292*60)}{1000} = 318\ {}^{km}/_{hr} \quad \text{(5.1 C)}$$

A velocidade linear na trajetória T_2 calculada pelos alunos foi:

$$S_{T2} = 2 * \pi * r_{T1} \Rightarrow 2 * 3{,}141 * 0{,}6 \Rightarrow 3{,}77m \quad \text{(5.1 D)}$$

$$Vlinear_{T2} = S_{T2} * \omega \Rightarrow S_{T2} * rpm \Rightarrow 3{,}77 * 2800 \Rightarrow 10.555{,}8\ {}^{m}/_{minuto} \quad \text{(5.1 E)}$$

$$Vlinear_{T1} = \frac{(10.55{,}8*60)}{1000} = 633\ {}^{km}/_{hr} \quad \text{(5.1 F)}$$

A velocidade linear na trajetória T_3 calculada pelos alunos foi:

$$S_{T3} = 2 * \pi * r_{T3} \Rightarrow 2 * 3{,}141 * 0{,}9 \Rightarrow 5{,}65m \quad \text{(5.2 A)}$$

$$Vlinear_{T3} = S_{T3} * \omega \Rightarrow S_{T3} * rpm \Rightarrow 5{,}65 * 2800 \Rightarrow 15.833{,}6\ {}^{m}/_{minuto} \quad \text{(5.2 B)}$$

$$Vlinear_{T1} = \frac{(15.833{,}6*60)}{1000} = 950\ {}^{km}/_{hr} \quad \text{(5.2 C)}$$

Com base na rotação máxima da hélice, especificada pela ANAC, os alunos calcularam a frequência da mesma em 46,7Hz e o seu período em 0,02seg. Os alunos utilizaram-se da matematização apresentada abaixo.

Para o cálculo da frequência:

$$F_{Hélice} = \frac{rpm_{Hélice}}{60} \quad (5.3\ A)$$

$$F_{Hélice} = \frac{2800}{60} = \ 46{,}7Hz \quad (5.3\ B)$$

Para o cálculo do período:

$$Período_{Hélice} = \ \frac{1}{F_{Hélice}} \quad (5.4\ A)$$

$$Período_{Hélice} = \ \frac{1}{46{,}7} = \ 0{,}021seg \ \Leftrightarrow 21.10^{-3}seg \ \Leftrightarrow 21mseg \quad (5.4\ B)$$

Por fim, sabendo que a estação mais próxima da raiz, St_{01}, cuja trajetória é a T_1 e o ângulo de incidência é de 23^0 , tem a sua $V_{Linear\,T1} = \ 318 \ {}^{km}/_{hr}$, enquanto a estação St_{02}, cuja trajetória é a T_2 e o ângulo de incidência é de 18^0 tem a sua $V_{Linear\,T2} = \ 633 \ {}^{km}/_{hr}$, e a estação St_{03}, cuja trajetória é a T_3 e o ângulo de incidência é de 11^0 tem a sua $V_{Linear\,T3} = \ 950 \ {}^{km}/_{hr}$, qual é a pergunta a ser respondida a partir deste experimento?

Atendendo as prerrogativas deste trabalho, houve interação com assuntos da matéria de mecânica dos fluidos, e, a partir da reflexão junto ao modelo matemático utilizado para o cálculo da força de Tração promovido por esta hélice, responsável pela movimentação da aeronave no sentido à frente, é necessário entender o raciocínio:

$$F_{TRAÇÃO} = \frac{\rho}{2} * A * \ V^2 * \ C_L \quad (5.5)$$

$$onde: \frac{\rho}{2} \Rightarrow \ Densidade\ do\ ar\ atmosférico \ ({}^{kg}/_{m^3})$$

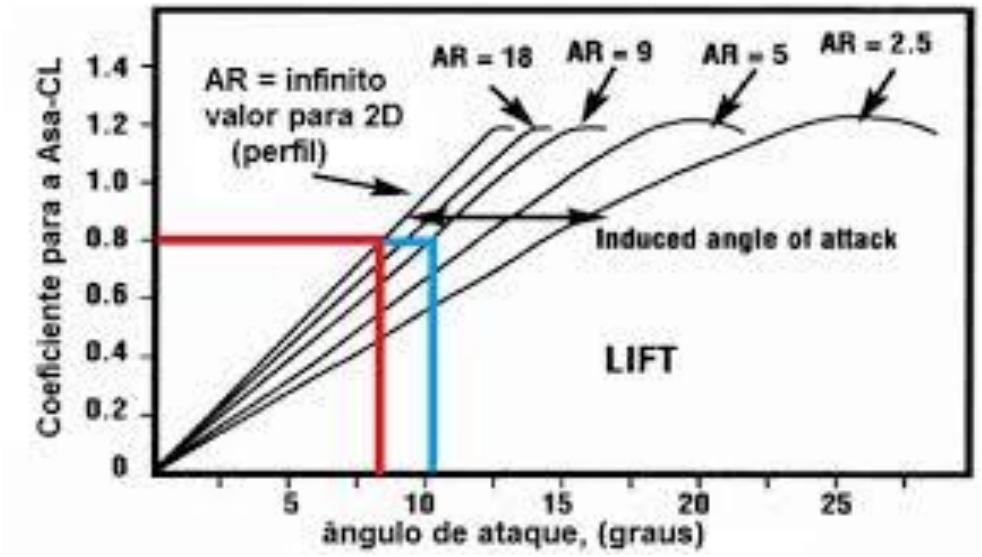
$$Em\ que: \ A \ \Rightarrow Área\ da\ pá\ da\ hélice \ (m^2)$$

$$V \ \Rightarrow \ Velocidade\ linear\ da\ porção\ de\ massa\ de\ ar$$

$$que\ ataca\ a\ pá\ da\ hélice\ em\ uma\ determinada\ estação \ ({}^{m}/_{s})$$

$$C_L \Rightarrow \ Coeficiente\ de\ sustentação\ do\ aerofólio\ (adimensional)$$

Figura 44: Experiência 1 - Variação do C_L para mudanças do ângulo de ataque.



Neste caso em particular consideramos o ângulo de incidência = ângulo de ataque

Fonte: o autor

Neste momento do experimento (figura 44) podemos compreender o motivo pelo qual o fabricante da hélice faz com que o ângulo de incidência da pá diminua a medida em este se afasta da raiz da hélice, permitindo que a produção da $F_{TRAÇÃO}$ seja constante em toda a sua extensão e de ambos os lados, promovendo, assim, o deslocamento longitudinal da aeronave. Neste caso, se o ângulo de incidência fosse constante, a produção de $F_{TRAÇÃO}$ ao longo da extensão da superfície da pá da hélice seria crescente, permitindo uma assimetria tamanha que o torque na extremidade da pá seria suficiente para flertar a mesma, levando-a a destruição.

Aproveitando esta oportunidade, fizemos a apresentação do instrumento de medição de velocidade linear e velocidade angular: o tacômetro de contato e óptico. Por questões de segurança (Sistema do Gerenciamento da Segurança Operacional) este experimento foi realizado com os alunos a uma distância segura e contando, ainda, com a assistência de um inspetor de alunos. A aeronave também foi isolada por cones de segurança.

Em seguida, o motor foi acionado e colocado a uma rotação de $1000RPM$, tomando como base o tacômetro do painel de controle do piloto. Do lado de fora, a

uma distância segura, foi realizada a medição das três estações, comprovando que a velocidade angular é a mesma em todas elas.

Figura 45: Experiência 1 - Tacômetro óptico utilizado na medição

Fonte: o autor

Figura 46: Experiência 1 - Realizando a medição da velocidade angular da hélice

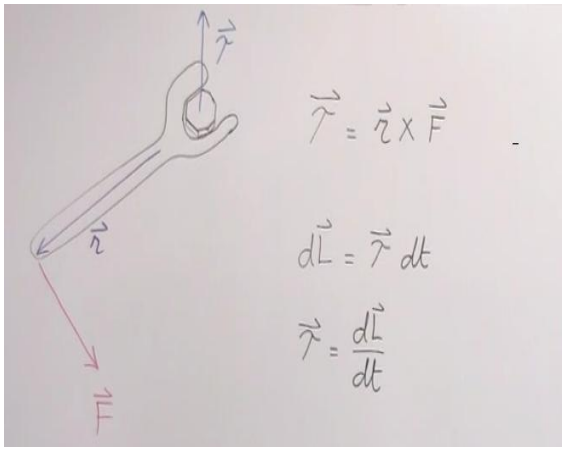
Fonte: o autor

5.3.3 O terceiro encontro: Torque

No terceiro encontro foi aplicado o conteúdo teórico contido no MI que aborda o conceito de Torque, ou Momento, com uma breve revisão quanto aos movimentos de translação e rotação. A aula teve duração de 3h30 e havia 25 alunos presentes.

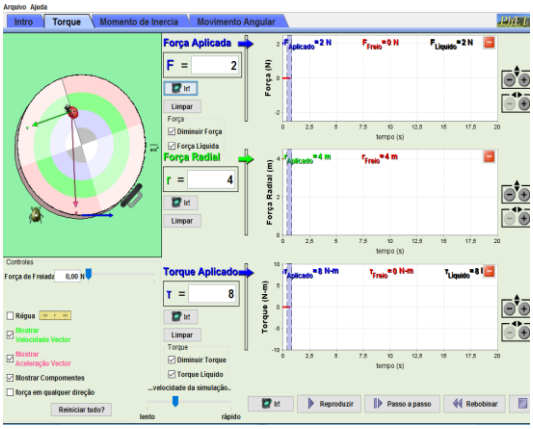
Em razão da importância dada, neste trabalho, à compreensão dos modelos matemáticos (figura 47), foi apresentado, a partir da utilização do projetor de multimídia, o simulador de torque da empresa *PHET Interactive Simulations* (figura 48). Com essa apresentação foi possível demonstrar aos alunos o efeito de alguns experimentos, manipulando as grandezas envolvidas nos modelos matemáticos e podendo demonstrar visualmente os resultados das mudanças provocadas a partir da apresentação em tempo real de gráficos dinâmicos e animações de movimento circular.

Figura 47: Matematização a ser discutida nos experimentos 2 e 3



Fonte: o autor

Figura 48: Tela da Aba de Simulação de Torque do Simulador de Torque da PHET



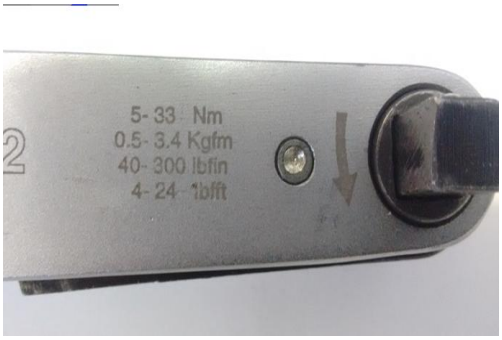
Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/torque

Após a apresentação do simulador PHET para o estudo de Torque, seguimos para a realização prática de dois experimentos. No primeiro deles, intitulado Experimento 2, realizamos a aplicação do torque sobre um parafuso no conjunto da hélice a partir de instrumentos de medição, cumprindo, assim, com a execução de uma instrução de serviço do fabricante da hélice com relação à verificação do torque de aperto.

Figura 49: Experiência 2. Encaixando o soquete de $3/8$" do Torquímetro de estalo no parafuso do conjunto da hélice

Fonte: o autor

Figura 50: Faixa de medição disponível no torquímetro $de\ 0{,}5\ a\ 3{,}4\ Kgfm$



Fonte: o autor

No Experimento 3 realizamos um procedimento técnico de manutenção preventiva. Este procedimento é estabelecido pelo fabricante da aeronave, e, com ele, é possível verificar o torque de aperto da hélice no flange do eixo virabrequim do motor convencional a pistão.

Figura 51 : Balança de mola conhecida também como "balança de peixeiro"

Fonte: o autor

Figura 52: Faixa de medição disponível na balança de peixeiro de 1 à $11kgf$

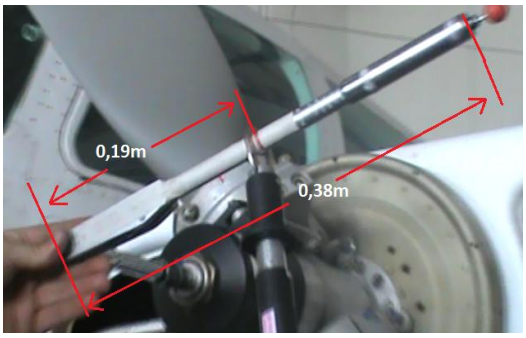
Fonte: o autor

Para a realização do experimento 2 fizemos o uso de um Torquímetro de estalo com capacidade de medição de $0{,}5$ à $3{,}4\ Kgmf$, além de uma balança de mola, conhecida também como “balança de peixeiro”, com a faixa de medição de 1 à $11\ kgf$ (Figura 52).

Figura 53: Experiência 2. Calibrando o torquímetro par a $1\ kgfm$

Fonte: o autor

Figura 54: Experiência 2. O braço do torquímetro foi dividido em duas seções. St_{01} de $0{,}19m$ e a St_{02} de 0,38m



Fonte: o autor

Um grupo de alunos realizou o ajuste do torquímetro para $1\ Kgfm$ (figura 53), o que representa o torque de aperto estabelecido pelo manual do fabricante da hélice para este parafuso em particular. Na sequência, este grupo de alunos posicionou o soquete sextavado de $^{3}/_{8}$" na cabeça do parafuso do conjunto da hélice. Em outra extremidade deste soquete, os alunos instalaram o torquímetro de estalo e, por fim, na última extremidade do braço do torquímetro, eles instalaram a balança de peixeiro (dinamômetro). Enquanto isso, outro grupo realizou o cálculo da força a ser aplicada na balança de peixeiro, com base no modelo matemático apresentado no MI, respeitando as nomenclaturas de acordo com o aprendizado representacional, ou seja:

$$\tau_{Fabricante}(kgfm) = braço_{Torquímetro\ (m)} * F_{Balança\ Peixeiro}\ (kgf) \quad \text{(5.6 A)}$$

$$1 = 0{,}38 * F_{Balança\ Peixeiro} \quad \text{(5.6 B)}$$

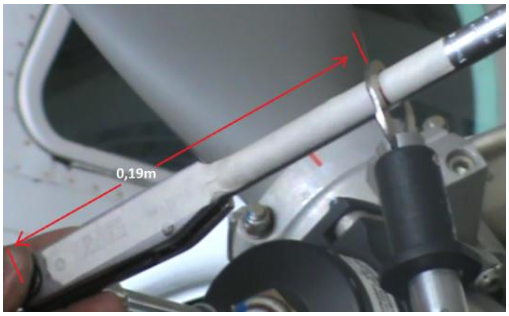
$$F_{Balança\ Peixeiro} = 2{,}6\ kgf \quad \text{(5.6 C)}$$

Todavia, como este trabalho está preocupado em realizar, sempre que possível, uma verificação da aprendizagem significativa, atendendo, assim, à orientação feita por Moreira (2012), que alerta que a verificação da aprendizagem significativa deve ser feita de tal maneira que a abordagem a respeito das questões tratadas no MI, ou ainda nos experimentos, alcance uma proposição diferente daquela apresentada inicialmente. Sendo assim, foi solicitado aos alunos que procedessem ao recalculo do braço da alavanca a ser utilizada no torquímetro, como pode ser visto nas figuras 55 e 56.

Figura 55 : Experiência 2. Aplicando a força de $5{,}2kgf$ no braço do torquímetro (St_{01}) de $0{,}19m$, calculado pelos alunos

Fonte: o autor

Figura 56: Experiência 2. Detalhe da aplicação de forca de $5{,}2kgf$ sendo medida com a balança de peixeiro



Fonte: o autor

Para complementar a orientação, foi solicitado aos alunos que considerassem a força a ser aplicada a partir da utilização de um bloco de aço padrão, disponível na sala de oficina, e cuja massa indicada por uma balança era de $5{,}2\ kgf$. Desta maneira, os jovens realizaram a matematização da proposta apresentada, que resultou em:

$$\tau_{Fabricante}(kgfm) = braço_{Cálculado}(m) * F_{Balança\ Peixeiro}\ (kgf) \quad \text{(5.7 A)}$$

$$1(kgfm) = braço_{Cálculado}(m) * 5{,}2\ (kgf) \quad \text{(5.7 B)}$$

$$braço_{Cálculado} = 0{,}19\ m \quad \text{(5.7 C)}$$

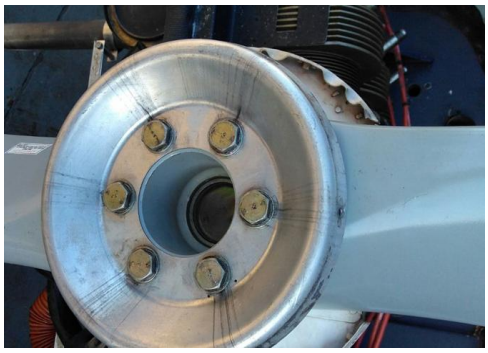
Todos os alunos, neste momento do experimento 2, ficaram satisfeitos com a demonstração de que realmente, quando aplicada a força de $5{,}2\ kgf$, definida pelo bloco de aço padrão utilizado, no braço calculado, o resultado era o de que o

torquímetro desarmava, o que comprovou ter sido alcançado o torque de aperto solicitado no manual do fabricante.

Figura 57: Experiência 3. Aeronave na qual será realizado o procedimento técnico

Fonte: o autor

Figura 58: Experiência 3. Detalhe dos parafusos que prendem a hélice à flange do motor



Fonte: o autor

No experimento 3, conforme já exposto anteriormente, os alunos realizaram um procedimento de inspeção preventiva estabelecido pelo fabricante de outro modelo de aeronave – Cessna C172 – equipado com outro tipo de hélice. Esse experimento consistiu na verificação do torque de aperto da hélice à flange do eixo virabrequim do motor convencional a pistão.

Figura 59: Experiência 3. Torquímetro de vara

Fonte: o autor

Para tal experimento, novamente foi posicionado o soquete sextavado de $^{3}/_{8}$" na cabeça de um dos seis parafusos que prendem a hélice à flange no eixo virabrequim do motor convencional a pistão, na outra extremidade deste soquete instalaram o torquímetro, e, ainda, na terceira extremidade do braço do torquímetro instalaram a balança de peixeiro (dinamômetro). Cabe ressaltar que o torquímetro utilizado para esta experiência não foi o de estalo, mas, sim, o torquímetro de vara. O objetivo desta mudança da ferramenta foi o de provocar desafios na compreensão da

maneira de operar a nova ferramenta de medição, fato que foi muito bem recebido pelos alunos.

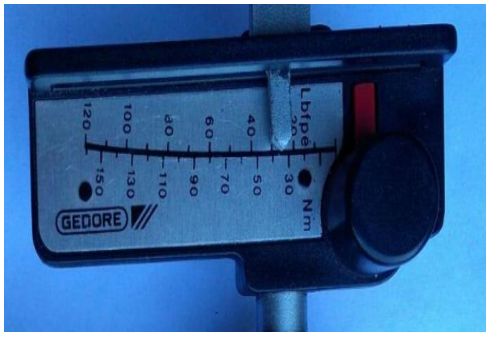
Figura 60: Torque de aperto dos parafusos da hélice Sensenik de acordo com o manual do fabricante

ATTACHING BOLT DIAMETER	RECOMMENDED WRENCH TORQUE
3/8 inch	23 to 25 lb-ft (280 to 300 lb-in) (31.6 to 33.9 newton-meters)
7/16 inch	40 to 45 lb-ft (480 to 540 lb-in) (54.2 to 61.0 newton-meters)
1/2 inch	60 to 65 lb-ft (720 to 780 lb-in) (81.3 to 88.1 newton-meters)

Fonte: Manual do fabricante da hélice Sensenick

De acordo com a consulta realizada pelos alunos no manual do fabricante da hélice Sensenick, o torque a ser aplicado no aperto do parafuso da hélice deve estar na faixa de $31{,}6$ à $33{,}9$ $^{N}/_{m}$, ou então, ainda segundo a discussão feita pelo grupo, para ficar compatível com a unidade de medida da balança de peixeiro a ser utilizada, o torque será de $3{,}22$ à $3{,}46$ $kgfm$. Por fim, foi ajustado de comum acordo entre os alunos que a inspeção seria feita com base no valor do torque de $3{,}5$ $kgfm$. (Figuras 61 e 62)

Figura 61: Experiência 3. Detalhe do ajuste de $34{,}32Nm \Leftrightarrow 3{,}5\ kgfm$



Fonte: o autor

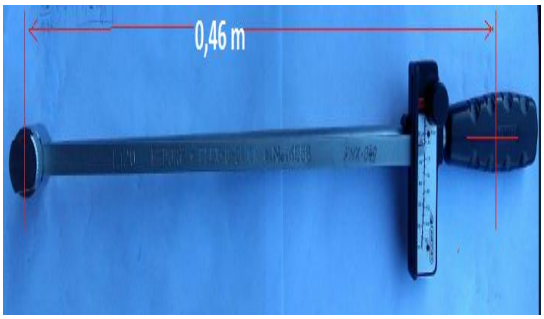
Figura 62: Experiência 3. Medição do torque, em que é possível verificar $3{,}5kgf \Leftrightarrow 7{,}6\ kgf(força)\ X\ 0{,}46m(braço)$

Fonte: o autor

É importante ressaltar a pluralidade quanto às unidades de medidas encontradas nos diferentes instrumentos de medição envolvidos no processo, o que exige dos alunos um exercício constante de conversões de unidades, de maneira que os resultados das conversões sejam coerentes às unidades e sistemas de medida iniciais.

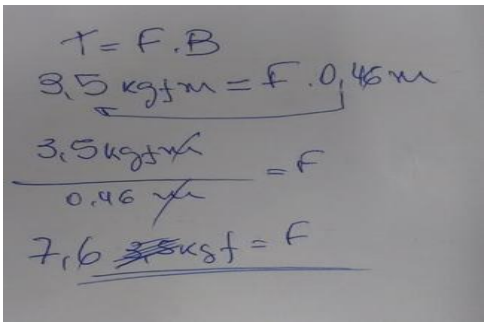
Quanto ao cálculo orientado pelo MI e feito pelos alunos durante o experimento para determinar a força que deveria ser aplicado na extremidade do braço no torquímetro de vara, registramos, na figura 63, um dos rascunhos observados durante a prática do experimento (3).

Figura 63: Experiência 3. Detalhe da medida do braço do torquímetro de vara



Fonte: O autor

Figura 64: Experiência 3. Rascunho da matematização feita por um grupo de alunos



Fonte: O autor

$$\tau_{Fabricante}(kgfm) = braço_{Torquímetro}\,(m) * F_{Balança\ Peixeiro}\,(kgf) \quad \text{(5.8 A)}$$

$$3{,}5(kgfm) = 0{,}46(m) * F_{Balança\ Peixeiro}(kgf) \quad \text{(5.8 B)}$$

$$F_{Balança\ Peixeiro} = 7{,}6\ kgf \quad \text{(5.8 C)}$$

Os alunos, no momento do experimento 3, ficaram satisfeitos com a constatação de que realmente seria aplicada a força de $7{,}62\ kgf$ no braço de $0{,}46m$ do torquímetro de vara, definida pelo cálculo realizado sobre as informações obtidas no manual do fabricante. Com esses valores calculados pelos alunos, a vara do torquímetro chegava ao índice de valor 0, o que comprovava ter sido aplicado o torque de aperto correto.

Como visto, a prática dos experimentos 2 e 3 fizeram uso do torquímetro apenas para comprovar que a parte teórica estava adequada e correta, além de, claro, permitir aos alunos que ficassem à vontade no exercício das experiências sem que

viessem a estragar nenhuma das partes das aeronaves envolvidas por excessos ou erros nos eventos. Com essa prática, possível demonstrar e comprovar, junto com alunos, que se não houvesse a ferramenta (torquímetro) para constatar o feito, ainda assim estaria correto o trabalho realizado (Figuras 65 e 66).

Figura 65: Experiência 3. Outras medições realizadas pelos alunos. Divisão da pá em seções St01 e St02 ou braços.

Fonte: o autor

Figura 66: Experiência 3. Outras medições realizadas pelos alunos. Medição do torque necessário para girar a hélice em função do braço St01 e St02

Fonte: o autor

Desta forma, foi relevante a prática dos experimentos 2 e 3 para, além de fixar os conhecimentos teóricos apresentados através do MI, apresentar e discutir com os alunos os princípios de funcionamento das ferramentas de medição conhecidas como torquímetro, balança de mola, dinamômetro ou, ainda, “balança de peixeiro”, enfatizando, com base nelas, os conceitos de física trabalhados. Assim, também foi possível demonstrar aos alunos que os conceitos da física estão presentes diariamente no exercício das funções de um técnico de manutenção de aeronaves em célula, além de que, na falta da ferramenta de medição, poderiam ser utilizados os conhecimentos aprendidos para realizar, ainda que de forma rudimentar, o serviço ou a demonstração do mesmo.

Foi visível a satisfação dos alunos ao final desta etapa ao perceberem que saberiam como mostrar aos seus colegas de outras turmas como uma ferramenta tão importante como o torquímetro funcionava e, principalmente, como seriam capazes de, a partir de conceitos de física e da interpretação matemática, provar se a mesma estava operacional ou não. Destacamos que é desta satisfação com a apropriação do conhecimento que trata o material de ensino potencialmente significativo.

5.3.4 O quarto encontro – Momento de inércia e angular

No quarto encontro foi aplicado o conteúdo teórico contido acerca de Momento Linear, Momento de Inércia e Momento Angular. A aula teve duração de 3h30 e havia 25 alunos presentes.

Antes de iniciar as atividades do experimento 4, foi apresentado aos alunos, com auxilio do projetor de multimídia, o simulador digital desenvolvido pelo Laboratório Didático Virtual da Escola do Futuro da USP, cujo título é “Uma Questão de Gravidade”. Com essa apresentação, pretendemos deixar mais evidente a diferença entre as grandezas de massa e de peso, pois é muito comum entre os alunos a confusão entre estes dois termos muito utilizados na física.

Procuramos utilizar um simulador (figura 67) na forma de jogo para comprovar que a utilização de diferentes ferramentas, somadas, ajuda os nossos alunos a compreenderem melhor conceitos mais abstratos ou complexos. Os alunos tiveram uma aceitação positiva quanto ao uso do simulador e, com base em depoimentos colhidos de alguns deles, foi possível perceber que realmente eles possuíam dúvidas quanto à diferença entre massa e peso.

Figura 67– Simulador na forma de um jogo para ensinar o que é o peso, o que é a massa e qual o papel da gravidade no universo

Fonte:
http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/4858/sim_fis_questaogravidade.htm?sequence=4. Acesso em 9 Out. 2016

O experimento 4 envolveu os equipamentos: tacômetro óptico (figura 68), balança de precisão (figura 69), roda de bicicleta e motor elétrico.

Figura 68: Experiência 4. Tacômetro óptico utilizado para medir a rotação

Fonte: o autor

Figura 69: Experiência 4. Balança de precisão

Fonte: o autor

O tacômetro (Figura 68) realiza medições de velocidade angular tanto por contato, quanto por princípio óptico, enquanto as medições de velocidade linear são realizadas apenas por contato. O tacômetro foi utilizado em várias situações para obter parâmetros a serem aplicados nos cálculos.

A balança de precisão (Figura 69) com fundo de escala em $4kgf$ foi necessária para que os alunos pudessem estabelecer a massa dos materiais envolvidos e, assim, avaliar o comportamento dos experimentos.

Figura 70: Experiência 4. Motor elétrico AC de $3570RPM$ utilizado para acelerar a roda da bicicleta

Fonte: o autor

Figura 71: Experiência 4. Pedal utilizado para ligar e desligar o motor elétrico

Fonte: o autor

O motor elétrico de indução (figura 70) foi utilizado como forma de acelerar o corpo em prova, neste caso, a roda da bicicleta. Seu acionamento foi feito a partir de um pedal pulsante, como exposto na figura 71, de modo a diminuir o escorregamento

quando colocado o pneu da roda de bicicleta em contato com a superfície de seu rebolo.

Figura 72: Experiência 4. Medida do raio do rebolo ($0{,}66m$) que acelerará a roda da bicicleta

Fonte: o autor

Figura 73: Experiência 4. Detalhe da película reflexiva que será utilizada para a medição da rpm com o tacômetro óptico

Fonte: o autor

Os alunos realizaram o levantamento de dados do motor elétrico para determinar parâmetros necessários para realizar o experimento 4. Os dados coletados foram: velocidade angular do rebolo em $\mathbf{3574}\boldsymbol{rpm}$ (medida com o tacômetro no modo óptico) e raio do rebolo em $\mathbf{0,066}\boldsymbol{m}$ (medido com uma trena). Com estas informações os alunos calcularam a velocidade linear do rebolo em:

$$V_{Linear\ Rebolo} = \omega_{Rebolo}(rpm) * r_{Rebolo}(m) \quad \text{(5.9 A)}$$

$$V_{Linear\ Rebolo} = 3574 * 0{,}066 \quad \text{(5.9 B)}$$

$$V_{Linear\ Rebolo} = 235{,}8\ mpm \quad \text{(5.9 C)}$$

Figura 74: Experiência 4. Medida da velocidade angular ($3574rpm$) do rebolo de aceleração da roda da bicicleta com o tacômetro óptico

Fonte: o autor

Figura 75: Experiência 4. Detalhe da medida de velocidade angular ($3546\ rpm$) do rebolo de aceleração da roda de bicicleta com o tacômetro por contato.

Fonte: o autor

Os alunos trabalharam com os valores das medidas referentes aos parâmetros relevantes da roda de bicicleta. Para tanto, utilizaram-se da rede WiFi para ter acesso à LAN e, a partir desta, ter acesso à *Internet*. Com o acesso à *internet,* os alunos, por meio do *Google,* pesquisaram os manuais de fabricantes de bicicletas e de rodas para bicicletas, além de outros textos de apoio. Com esta pesquisa os alunos entenderam o funcionamento do padrão de identificação internacional destes parâmetros, e puderam interpretar as informações da roda, além de outras disponíveis na banda lateral do pneu.

O experimento 4 foi, novamente, uma oportunidade para a demonstração prática da importância da informática na evolução do conhecimento, pois, neste caso em particular, como os alunos teriam obtido tamanha quantidade de informações em um espaço tão curto de tempo? Esta situação mostrou aos alunos como a TIC (Tecnologia da Informação e Comunicação) permite resolver problemas não só de relacionamento social, mas também àqueles relacionados ao cotidiano, conferindo autonomia ao profissional.

Na sequência do experimento, foi obtido o diâmetro da roda de bicicleta no valor de 26 polegadas, de acordo com a especificação gravada pelo fabricante do pneu em alto relevo nas suas laterais. Este valor foi convertido para a unidade metro, resultando em um diâmetro de $0{,}66m$, ou ainda, em um raio de $0{,}33m$. A massa do conjunto da roda da bicicleta somada a do pneu cheio de ar, registrada pela balança de precisão foi de $1.763\ kg$.

Figura 76: Experiência 4. Roda da bicicleta com detalhe da película reflexiva para medição da rotação pelo tacômetro óptico

Fonte: o autor

Figura 77: Experiência 4. Diâmetro da roda da bicicleta de 26” impresso em alto relevo no pneu da bicicleta

Fonte: o autor.

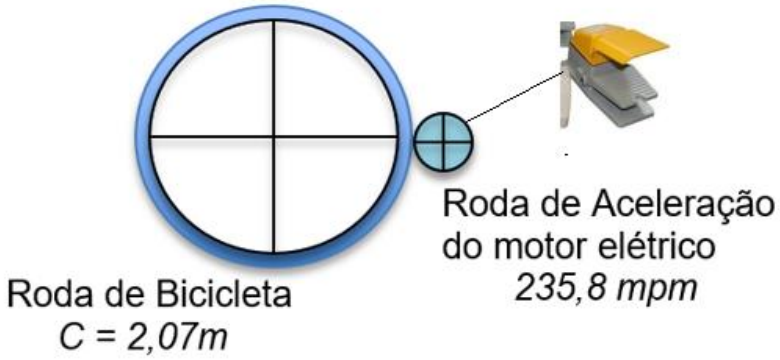
Os alunos, com estas informações a respeito da roda de bicicleta, realizaram o cálculo do comprimento de sua circunferência, ou seja, de seu perímetro.

$$C_{Roda\ Bicicleta} = 2 * \pi * r_{Bicicleta}(m) \quad \text{(5.10 A)}$$

$$C_{Roda\ Bicicleta} = 2 * \pi * 0{,}33\ (m) \quad \text{(5.10 B)}$$

$$C_{Roda\ Bicicleta} = 2{,}07m \quad \text{(5.10 C)}$$

Figura 78: Diagrama do processo de aceleração da roda de bicicleta



Fonte: o autor

Ainda como parte das tarefas, foi calculada a máxima velocidade angular da roda da bicicleta quando ela estiver em contato com a roda de aceleração do motor elétrico (rebolo), que estará em rotação máxima de *3574rpm*. Para realização deste cálculo foi apresentada a seguinte matematização:

$$Vangular_{Roda\ Bicicleta} = \frac{Vlinear_{Rebolo}}{C_{Roda\ Bicicleta}} \quad \text{(5.11 A)}$$

$$Vangular_{Roda\ Bicicleta} = \frac{235{,}8\ mpm}{2{,}07\ m} \quad \text{(5.11 B)}$$

$$Vangular_{Roda\ Bicicleta} = 113{,}9\ rpm \quad \text{(5.11 C)}$$

Com esta informação foi os alunos processarem todas as informações recebidas e calcular o momento de inércia da roda de bicicleta para as condições nominais. Em discussão realizada entre os alunos, e com base nas informações contidas na apostila, foi decidido que seria empregado o modelo matemático definido para o cálculo de momento de inércia em corpos de anel fino que giram em torno de um eixo central, isto porque este é o modelo que mais se assemelha à roda de bicicleta.

$$I_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta} * r^2{}_{Roda\ Bicicleta} \quad \text{(5.12 A)}$$

$$I_{Roda\ Bicicleta} = 1{,}763\ (kg) * ((0{,}33)(m))^2 \quad \text{(5.12 B)}$$

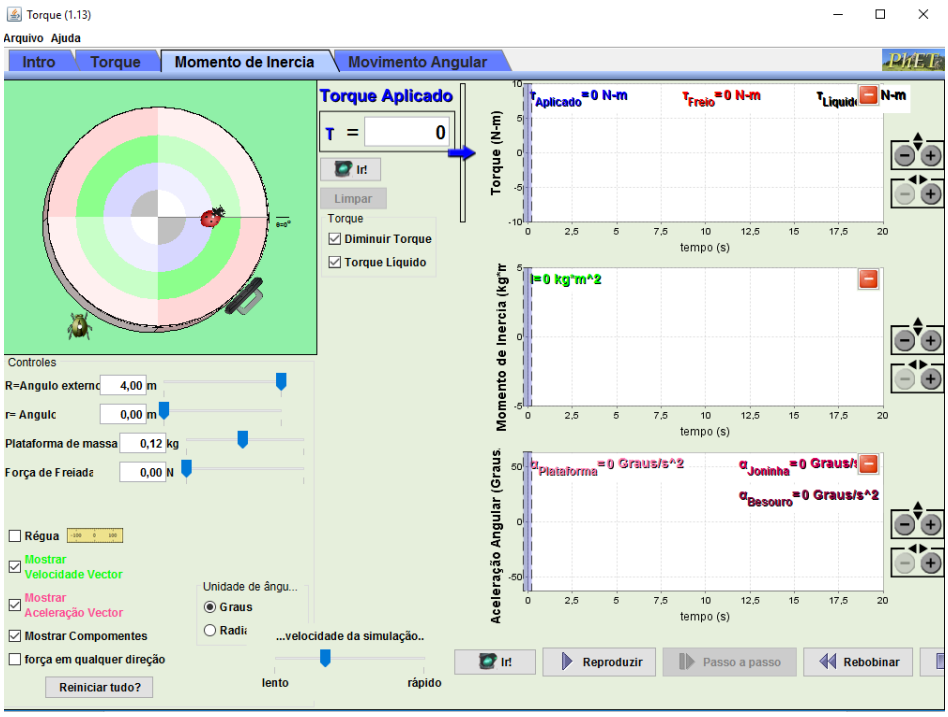
$$I_{Roda\ Bicicleta} = 1{,}763\ (kg) * 0{,}11\ m^2 \quad \text{(5.12 C)}$$

$$I_{Roda\ Bicicleta} = 0{,}194\ kgm^2 \quad \text{(5.12 D)}$$

Nesta etapa do experimento foi interessante discutir com os alunos qual a influência da velocidade angular, ou rotação, no momento de inércia da roda de bicicleta, deixando claro que esta influência é apenas devido à geometria do corpo, a distribuição de massa, neste caso, é considerada simétrica em toda a sua extensão e explicando sobre a distância desta massa ao centro de sua rotação.

Para auxiliar na compreensão e permitir aos alunos que experimentassem mudanças no valor da massa do corpo e do raio, uma vez que a roda de bicicleta não permitia a mudança destes parâmetros tão facilmente, foi apresentado novamente o simulador “PHET Interactive Simulations” (Figura 79) e selecionada a aba de momento de inércia. Com o uso do *software*, foi permitido aos alunos a mudança dos parâmetros de massa e raio livremente.

Figura 79: Simulador PHET para momento de inércia



Fonte: o autor

Na sequência das discussões praticadas neste encontro, foram encaminhados pelos alunos os resultados obtidos na aplicação do cálculo do momento de inércia a partir de dados compilados por eles próprios.

$$L_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta}\ (kg) * \ (r_{Roda\ Bicicleta})(m)^2 * \ \omega_{Roda\ Bicicleta} \qquad (5.13)$$

Os alunos perceberam, durante os trabalhos, que a unidade de medida para o momento angular no Sistema Internacional (SI) é o ($^{kgm^2}/_{s}$), e, neste sentido, avaliaram que a massa da roda de bicicleta estava em unidade compatível, ou seja, em (kg). O mesmo foi constatado quanto à unidade de medida utilizada para o raio da roda da bicicleta (m). Todavia, os alunos perceberam a incompatibilidade da unidade de medida da velocidade angular, uma vez que, em razão dos equipamentos de medição utilizados, ela estava sendo tratada em (rpm) enquanto de acordo com o SI, este valor deveria estar em $^{rad}/_{s}$. Convictos desta necessidade, os alunos realizaram a conversão da unidade (rpm) para a unidade ($^{rad}/_{s}$), conforme segue:

$$1\ rpm = \frac{2\pi}{60} * \frac{rad}{s} \quad \text{(5.14 A)}$$

$$1\ rpm = 0{,}1047 * \frac{rad}{s}\ \ logo\ aplicando\ a\ "regra\ de\ tres"; \quad \text{(5.14 B)}$$

$$113{,}9rpm * 0{,}1047 = \frac{rad}{s} \quad \text{(5.14 C)}$$

$$11{,}93 = \frac{rad}{s} \quad \text{(5.14 D)}$$

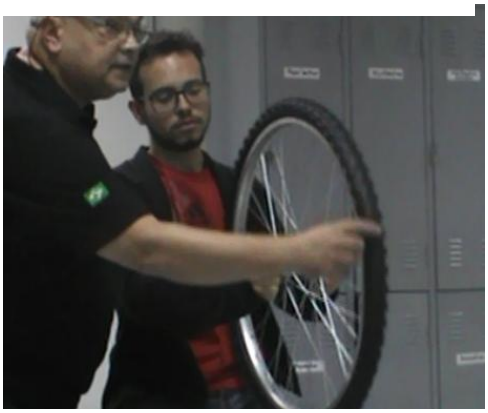
Na sequência das discussões realizadas entre os alunos foi retomada a tarefa anterior (cálculo do momento de inércia), a partir da qual concluíram:

$$L_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta}\ (kg) * \ (r_{Roda\ Bicicleta})^2 (m) * \ \omega_{Roda\ Bicicleta} \quad \text{(5.15 A)}$$

$$L_{Roda\ Bicicleta} = 1{,}763\ (kg) * \ (0{,}33)(m)^2 * \ 11{,}93\ ^{rad}/_{s} \quad \text{(5.15 B)}$$

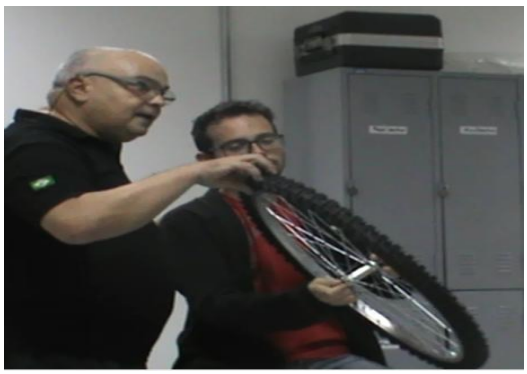
$$L_{Roda\ Bicicleta} = 2{,}29\ \frac{kgm^2}{s} \quad \text{(5.15 C)}$$

Figura 80: Experiência 4. Demonstrando o eixo de rotação do corpo.



Fonte: o autor

Figura 81: Experiência 4. Demonstração da rotação do corpo como um todo em torno do eixo x



Fonte: o autor

Foi demonstrado aos alunos, com a roda de bicicleta sem rotação, ou seja, ($V_{Angular} = 0\, rpm$) e, portanto, ($L_{Roda\ Bicicleta} = 0\, \frac{kgm^2}{s}$) , a rotação do plano da roda sobre os eixos imaginários x e y , salientando a eles que não houve, para movimentar a roda nestes dois eixos, nenhum tipo de dificuldade ou reação ao movimento provocado (Figura 82). Em seguida, foi acelerada a roda de bicicleta (Figura 83), no sentido do relógio (CW), através da utilização do motor elétrico, até a velocidade angular de $113{,}9\, rpm$, ou seja, $11{,}93\ {}^{rad}/_{s}$.

Figura 82: Experiência 4. Demonstração da rotação do corpo como um todo em torno do eixo y

Fonte: o autor

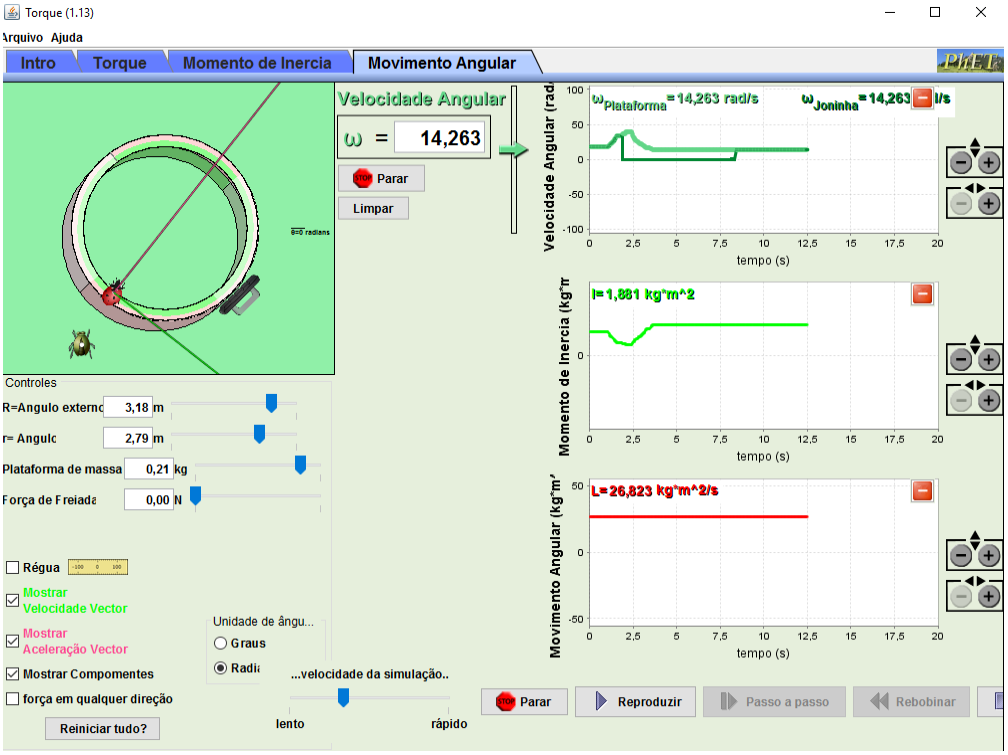
Figura 83: Experiência 4. Aplicando rotação na roda de bicicleta. Neste caso, a velocidade angular é de $113{,}9\ rpm$

Fonte: o autor

Na sequência da demonstração, foi solicitado ao aluno que estava segurando a roda de bicicleta, agora em movimento, que tentasse provocar uma mudança no eixo x. Ao tentar, o aluno percebeu que a roda de bicicleta reagia a esta tentativa de mudança, fato que não acontecia quando parada e o com ($L_{Roda\ Bicicleta} = 0\,\frac{kgm^2}{s}$). Vários alunos repetiram a experiência 4 e tiveram a mesma constatação quanto à reação provocada no instante em que tentavam qualquer movimento em qualquer um dos eixos x ou y , reação que, segundo eles, dava-se em função do ($L_{Roda\ Bicicleta} > 0\,\frac{kgm^2}{s}$).

A partir desta constatação os alunos sugeriram experimentar (figura 84) outros valores menores de velocidade angular, uma vez que esta situação é possível a partir do uso modulado do acelerador do motor elétrico. Ao experimentar, os alunos puderam confirmar que a reação diminuía também.

Figura 84: Simulador PHET para momento angular

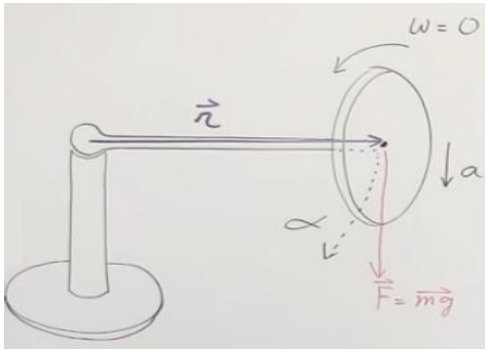


Fonte: o autor

Na sequência do experimento 04, que teve amplo envolvimento dos alunos, alguns sugeriram corretamente que, se fosse possível alterar a massa ou o raio da roda de bicicleta, com base no uso do simulador PHET (figura 84), seria possível alterar os parâmetros do momento de inércia. Com isso, seria evidenciada a mudança quanto à reação da roda de bicicleta na aplicação da alteração do movimento. Para auxiliar na comprovação destas afirmações, sugeridas pelos alunos em razão da observação do modelo matemático, apresentei novamente o simulador da “PHET Interactive Simulations”, agora selecionando a aba de movimento angular, na qual os alunos puderam exercitar o raciocínio à vontade, comprovando os seus pensamentos quanto às mudanças da massa e do raio do corpo girante com corpos de geometria iguais ao da roda de bicicleta. Mais uma vez, um *software* propiciou uma maior exploração dos conteúdos e conferiu autonomia aos alunos, que, por meio dele, puderam testar suas indagações.

Ainda no quarto encontro, tivemos a oportunidade de realizar o experimento 5 envolvendo os equipamentos: tacômetro óptico, balança de precisão, roda de bicicleta com suporte de nylon em suas extremidades do eixo de rotação e cordão puxador em uma das extremidades do suporte de nylon, e motor elétrico.

Figura 85: Experiência 5. Rascunho demonstrando a rotação do corpo em razão exclusiva do torque produzido pelo seu peso



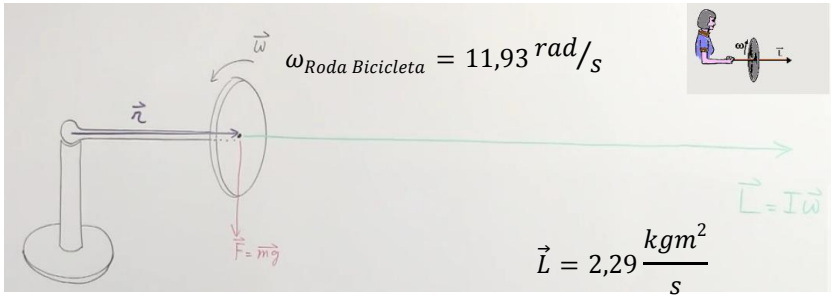
Fonte: o autor

Figura 86: Experiência 5. Prática análoga ao modelo apresentado na Figura 82

Fonte: o autor

Na continuidade do experimento, após uma breve discussão sobre o modelo matemático apresentado na Figura 85, foi solicitado ao aluno que participava ativo no experimento que segurasse a roda de bicicleta pelo cordão de sustentação, preso a uma das extremidades do seu eixo, enquanto, com a outra mão, desse apoio à outra extremidade, equilibrando a roda suspensa no ar, conforme apresentado na Figura 87.

Figura 87: Experiência 5. Demonstração da presença do momento angular (L) a partir do momento em que o corpo é rotacionado, ou seja $\omega > 0$. Aplicado a regra da mão direita para determinar a direção do (L)



Fonte: http:ilectureonline.com – *Mechanics the Gyroscope*. Acesso em: 23 ago. 2016

Quando perguntado ao público presente qual seria a consequência se o aluno soltasse a sua mão esquerda, todos foram unânimes em responder que a roda iria

rotacionar no sentido horário de quem olha este aluno, o que foi considerado como correto e compatível com a modelagem matemática.

A roda da bicicleta foi colocada em movimento por meio do uso do motor elétrico, que a acelerou até a velocidade angular de $\omega = 113{,}9\, rpm \iff 11{,}93\ {}^{rad}/_{s}$. Nesta condição, na etapa anterior, na qual os alunos calcularam a intensidade do momento angular no sistema, estes já haviam calculado que haveria um momento angular no sistema, cujo valor seria de $L_{Roda\ Bicicleta} = 2{,}29 \frac{kgm^2}{s}$. Era da concordância de todos que, uma vez que a $v_{angular} > 0$, que havendo um momento angular, deveria haver também reação caso houvesse alguma ação no sentido de mudar a posição da roda de bicicleta.

Figura 88: Experiência 5. Demonstração (1) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular.

Fonte: o autor

Figura 89: Experiência 5. Demonstração (2) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular.

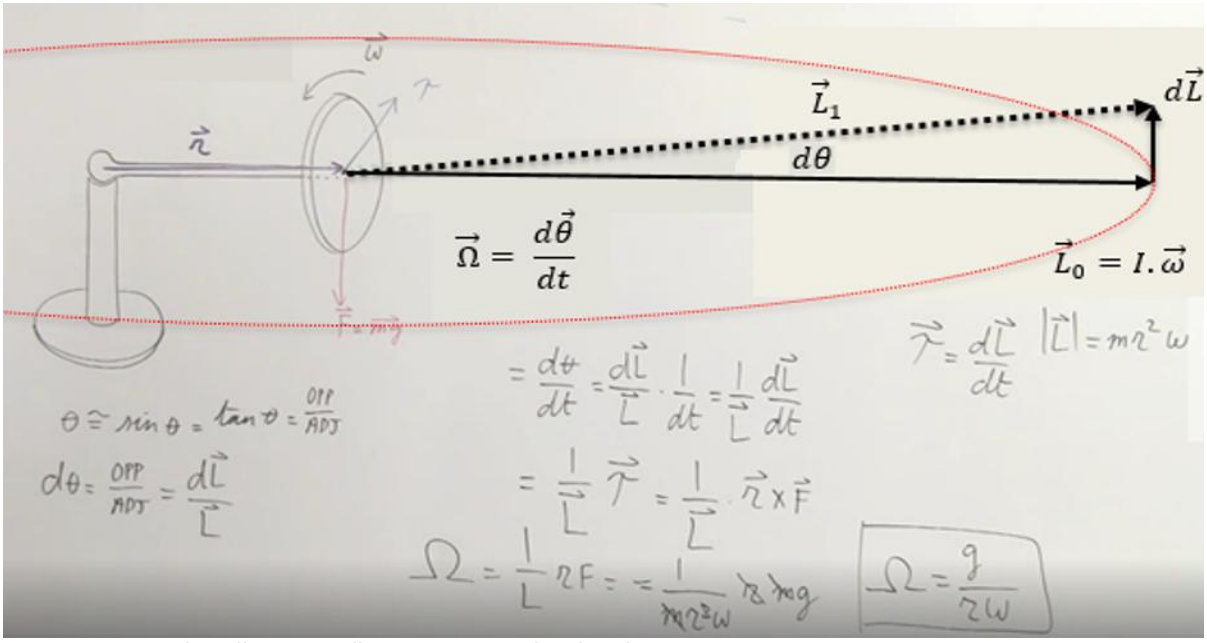
Fonte: o autor

Neste momento, o conhecimento prévio dos alunos estava sustentado em alguns pilares. Estes conhecimentos, já apropriados pelos alunos nesta etapa do estudo, são: velocidade angular, torque, momento de inércia e momento angular.

Tendo consciência destes conhecimentos já assimilados pelo grupo, seguimos, com segurança, para uma etapa mais complexa do experimento 5. Foi, então, solicitado ao aluno que assessorava a exposição, que tirasse a mão de apoio da roda de bicicleta, para que juntos pudéssemos comprovar como se comportaria a reação

da roda em movimento. Já havia uma expectativa quanto ao que poderia ocorrer, entretanto, ainda assim, houve surpresa.

Figura 90: Matematização da precessão

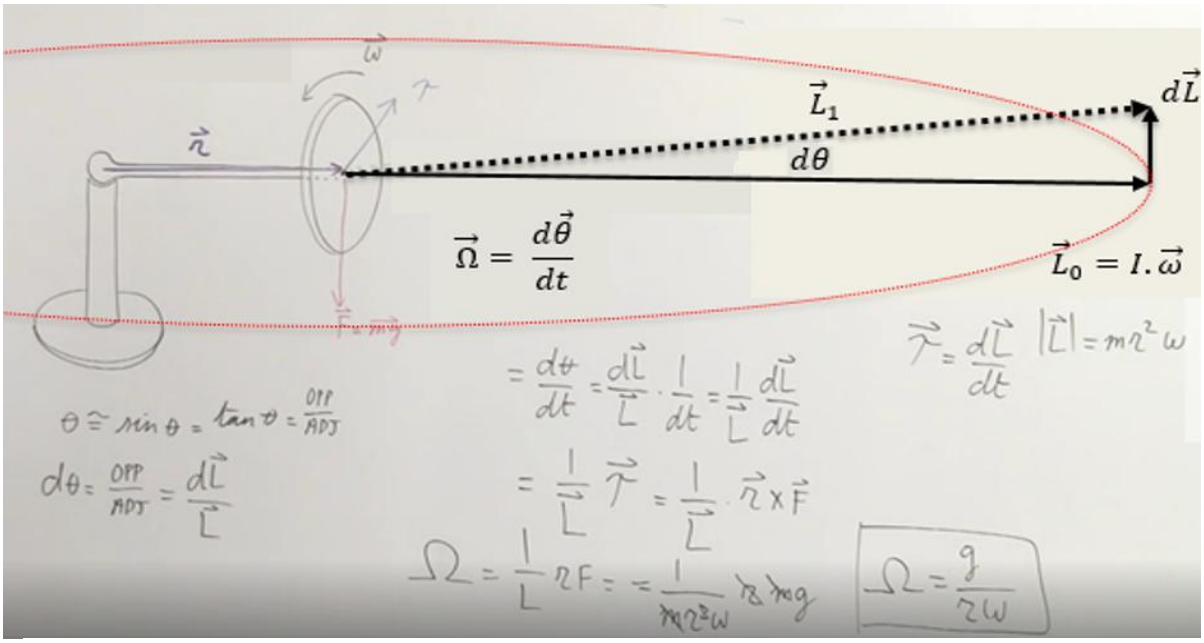


Fonte: http:ilectureonline.com – *Mechanics the Gyroscope*. Acesso em 23 Ago. 2016

Com o encerramento desta etapa visual do fenômeno, foi então apresentada aos alunos uma revisão da matematização do experimento 5, a partir do slide da figura 90, que é um complemento do MI que acompanha o experimento 5, e, a partir do slide foi realizada uma exposição matemática do fenômeno em estudo. Foi perguntado ao grupo o que aconteceria com a velocidade de rotação da precessão em função da diminuição da velocidade angular da roda de bicicleta. Esta questão foi colocada seguindo o princípio da verificação da aprendizagem significativa, ou seja, a pergunta feita não foi com base exatamente na apresentação realizada, portanto, exigia dos alunos um pensamento novo.

O resultado da experiência foi muito proveitoso, pois, após um período de discussão e análise entre os alunos dos diferentes grupos, houve um consenso geral de que a diminuição da velocidade angular da roda de bicicleta provocaria uma diminuição do valor do momento angular, um aumento do $d\theta$ e, consequentemente, o aumento da velocidade de rotação da precessão.

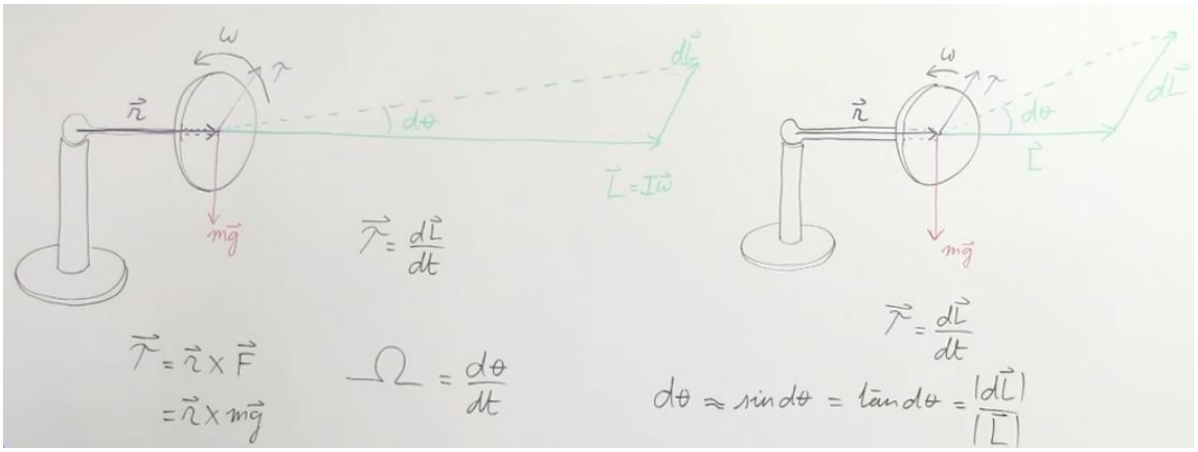
Figura 91: Matematização da precessão apresentada nas figuras 87 e 88



Fonte: http:ilectureonline.com – Mechanics the Gyroscope. Acesso em 23 ago. 2016

Quando questionados sobre a interferência da variação da massa sobre a velocidade de precessão, os grupos foram unânimes em expressar a indiferença sobre esta variação no cálculo da velocidade (figura 92(.

Figura 92: Matematização da velocidade de precessão



Fonte: http:ilectureonline.com – Mechanics the Gyroscope. Acesso em 23 ago. 2016

Finalmente, contrariando qualquer prognóstico anterior sobre o sucesso deste encontro, visto a importância da matemática na compreensão da experiência 5,

podemos afirmar que o tema em estudo despertou o interesse dos alunos e, devido a este estímulo, realizamos algumas proposições que envolviam a mudança em diversos parâmetros, sempre orientadas por opiniões coerentes dos alunos. Ao final desta etapa encerramos o Experimento 5 com alto nível de aproveitamento dos alunos.

5.3.5 O quinto encontro – Conservação do momento angular

No quinto encontro realizado junto ao grupo foi aplicado o conteúdo teórico contido no MI acerca dos conceitos de Precessão Giroscópica e Conservação de Momento Angular.

O experimento 6, aplicado neste quinto encontro, envolveu os equipamentos: plataforma giratória de marca Cidepe, dois pesos conhecidos como tipo halteres com 2 kg de massa cada um e cronometro.

Figura 93: Experiência 6. Plataforma giratória Cidepe

Fonte: o autor

Figura 94: Experiência 6. Peso conhecido como Alteres com 2kg de massa cada

Fonte: o autor

Figura 95: Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 36 voltas por minuto com os braços recolhidos

Fonte: o autor

Figura 96: Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 10 voltas por minuto com os braços estendidos

Fonte: o autor

Figura 97: Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta sem rotação

Fonte: o autor

Figura 98: Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CCW

Fonte: o autor

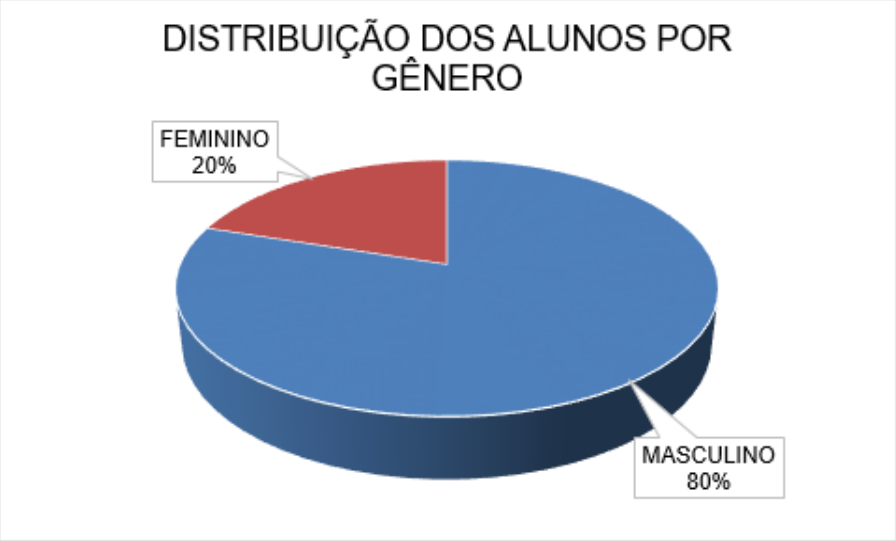
Figura 99: Experiência 08. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CW

Fonte: o autor

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A modalidade deste curso é de Ensino Técnico Concomitante ou Subsequente, ou seja, ele pode acontecer tanto junto ao ensino médio, como também após a conclusão do mesmo. Considerando os alunos que fizeram parte desta pesquisa, constata-se que a maioria deles faz parte da modalidade concomitante, pois ainda são alunos do Ensino Médio da rede de ensino regular.

Figura 100: Distribuição dos alunos por gênero



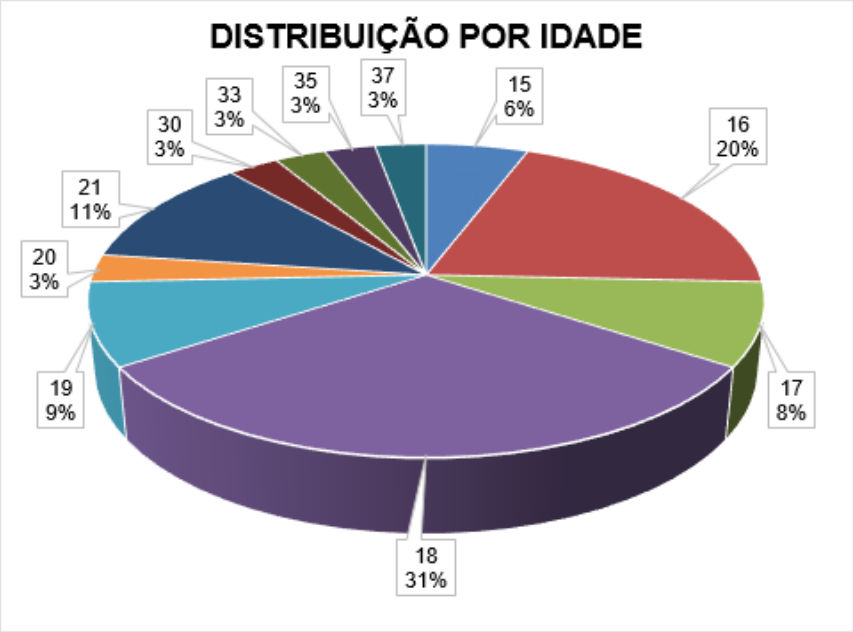
Fonte: o autor

Tendo em vista a Figura 100, constata-se os alunos do grupo são majoritariamente do sexo masculino. Entretanto, não podemos desconsiderar que a população feminina, nos diferentes cursos da aviação civil (de mecânica, piloto ou outros), tem aumentado anualmente. Entendemos esse aumento das mulheres nos cursos de aviação civil como uma evidência da participação destas em atividades profissionais diferentes das “tradicionais”, como às ligadas a rotinas administrativas, à educação ou à enfermagem. Nesse sentido, vemos, claramente, a busca das mulheres por seu espaço nas diferentes áreas de trabalho.

De acordo com a Figura 101, as faixas etárias dos alunos presentes nas turmas que participaram deste estudo vão de 16 a 37 anos, sendo que 59% desta população está distribuída na faixa etária entre 16 e 18 anos, e representa os alunos que estão cursando o ensino médio concomitantemente. Outros 23% dos alunos estão distribuídos na faixa etária entre 19 e 21 anos. Por fim, apenas 18% dos alunos se

encontram na faixa etária de 33 a 37 anos, que corresponde àqueles que já terminaram o Ensino Médio e buscam aprimoramento profissional.

Figura 101: Alunos agrupados por Idade 1



Fonte: o autor

Também a partir da figura 101 constatamos que 82% dos alunos classificam-se, de acordo com os padrões da ONU [(1)] (de 15 a 24 anos), como adolescentes.

A maioria dos alunos, como visto nos dados, é procedente de escolas da rede de ensino público municipal e cursa o Ensino Médio na Rede Estadual de ensino. Estes alunos ingressam no Instituto Federal de São Paulo por meio da participação de um processo de seleção que consiste em uma prova escrita de múltipla de matérias básicas como Português, Matemática e Conhecimentos Gerais.

Normalmente a existência e disponibilidade de vagas neste e em outros cursos oferecidos pelo Instituto Federal de São Paulo são levadas ao conhecimento da população alvo da Cidade e Região, por meio de um trabalho de divulgação realizado pelos professores do IFSP que se dirigem, sobretudo, para as salas de aula das escolas pertencentes à rede pública estadual para realizar divulgação dos cursos.

Nesta divulgação, os profissionais apresentam o curso, os conteúdos, objetivos e as expectativas quanto à possibilidade de colocação profissional no mercado local, regional ou, em alguns casos, até mesmo, nacional.

O objetivo desta abordagem, entre tantas outras, é atender e reduzir a as dúvidas que afligem aos jovens que ainda não decidiram o que farão após a conclusão do Ensino Médio. Este procedimento de esclarecimento precoce, feito junto ao público de possíveis interessados, busca, também, assegurar que, aqueles que venham a fazer a sua matrícula, façam-na mais seguros da suas escolhas, visando evitar ao máximo a evasão decorrente de decepção com o curso, fato evidente quando a inscrição é realizada com a falta de conhecimento aprofundado sobre o curso.

Tabela 3: Perfil relevante ao trabalho com respeito ao grupo de alunos

PERFIL RELEVANTE COM RESPEITO AO GRUPO DE ALUNOS			
NR	**PERGUNTA**	**Sim**	**Não**
01	Você gosta de Matemática?	81%	19%
02	Você gosta de Física?	76%	24%
03	Você gosta de aula prática?	100%	0%
04	Você gosta de aula teórica?	0%	100%
05	Você escolheu o curso por acaso?	43%	57%
06	Você está satisfeito com a sua escolha?	100%	0%
07	Você acredita que a Física é importante na área da Aviação Civil?	100%	0%
08	Você acredita que a Matemática é importante na área da Aviação Civil?	100%	0%
09	Você pretende trabalhar na área da Aviação Civil?	100%	0%
10	Na sua opinião os Professores dominam o assunto que tratam?	86%	14%
11	Na sua opinião os Professores possuem uma boa didáticas?	76%	24%
12	Você se considera um aluno empenhado?	95%	5%

Fonte: o autor

No sentido de conhecer um pouco o perfil do grupo de alunos que fez parte do trabalho, foi realizada uma pesquisa, por meio de um conjunto de perguntas de múltipla escolha envolvendo questões sobre expectativas gerais acerca do curso.

01	Você gosta de Matemática?	81%	19%

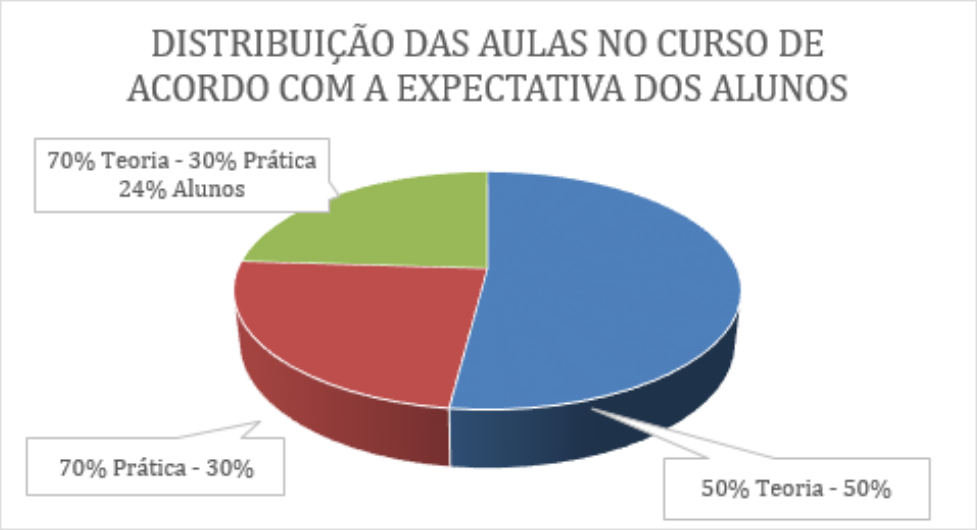
02	Você gosta de Física?	76%	24%

As questões de número 01 e 02 revelaram um cenário bastante positivo quanto ao gosto dos alunos pelas matérias de física e matemática, o que foi muito importante, pois facilitou a aplicação do nosso trabalho.

03	Você gosta de aula prática?	100%	0%
04	Você gosta de aula teórica?	0%	100%

As questões de número 03 e 04 evidenciaram que estes jovens são muito favoráveis à apresentação do conteúdo por meio de abordagens voltadas para exposição e aplicação prática. Essa característica é evidente nos cursos de capacitação profissionalizante, pois, nestes casos, o apelo ao exercício do oficio é muito mais forte do que em cursos não profissionalizantes.

Figura 102: Alunos agrupados por Idade 2



Fonte: o autor

05	Você escolheu o curso por acaso?	43%	57%

A questão de número 5 permitiu visualizar a presença e a eficiência do trabalho de pré-divulgação do curso junto às escolas públicas, realizado pelos grupo de professores do IFSP. Este trabalho de conscientização *in-loco* contribuiu bastante

para aumentar o conhecimento dos possíveis alunos sobre o perfil do curso, permitindo que este público realizasse uma escolha mais segura.

06	Você está satisfeito com a sua escolha?	100%	0%
09	Você pretende trabalhar na área da Aviação Civil?	100%	0%

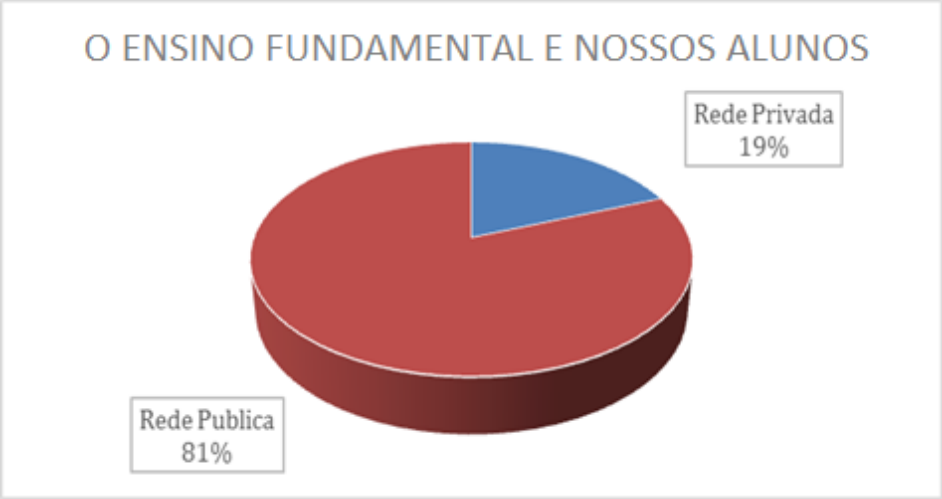
O resultado das questões de número 06 e 09 foi muito gratificante, pois apresentou uma resposta positiva, principalmente daqueles que optaram pelo curso sem uma identificação prévia com o mesmo. O resultado das questões de número 07 e 08, pensando que estas foram respondidas no último semestre do curso, demonstrou-se relevante, pois aponta para uma aceitação geral dos conhecimentos apresentados durante o curso, que são de grande importância para a atuação profissional destes alunos.

Abaixo os resultados das questões 10 e 11:

10	Em sua opinião, os professores dominam o assunto que tratam?	86%	14%
11	Em sua opinião, os professores possuem boa didática?	76%	24%

O resultado das questões 10 e 11 não foram surpreendentes, visto que temos a ciência de que a classe docente, especialmente de um curso profissionalizante, deve adequar os conhecimentos teóricos aos práticos, e isso demanda que este profissional possua experiência não só em ambiente acadêmico, como também em ambiente industrial, o que, muitas vezes, não ocorre. Sendo assim, estes docentes, por não se sentirem à vontade nas exposições práticas, transparecem aos alunos esta insegurança, e estes possivelmente também terão dificuldades, na prática, para a aplicação deste conteúdo. Este fato também confere ao aluno uma insegurança no momento de um processo seletivo, o qual exige conhecimentos práticos. Além disso, aulas que não contribuem para uma boa formação tornam-se desmotivantes, e podem acarretar a evasão de alunos.

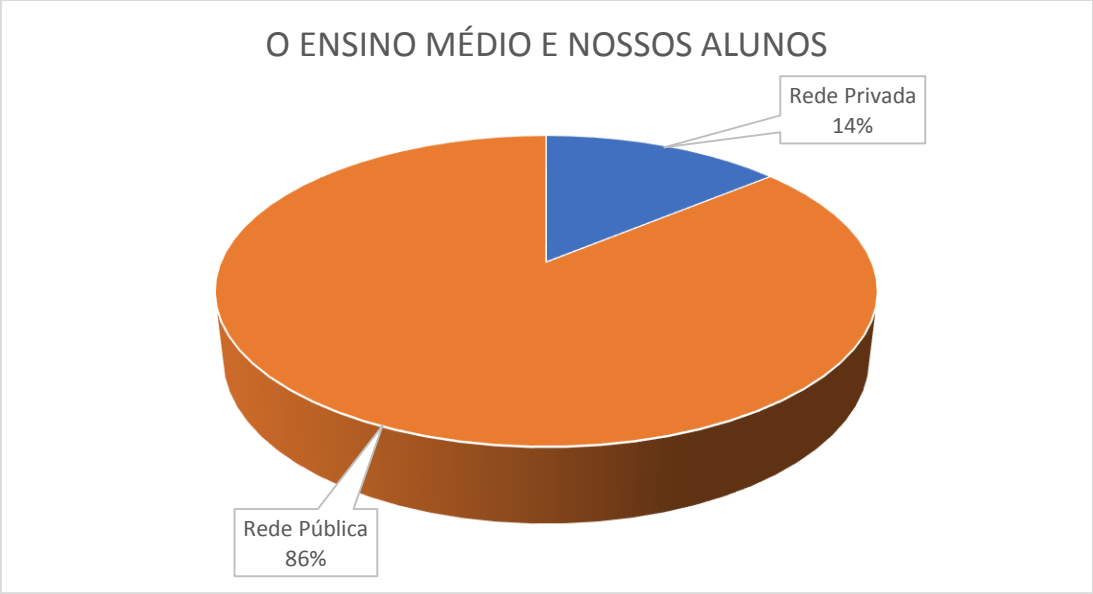
Figura 103: O ensino fundamental e nossos alunos



Fonte: o autor

Os alunos que fazem parte do grupo de estudo deste trabalho são, em sua grande maioria (81%), procedentes da rede de ensino básico e fundamental público. Talvez devido a esta origem os alunos prefiram as aulas práticas, uma vez que apenas exposições teóricas podem dificultar o aprendizado destes alunos. Este fato corrobora os dados apresentados pelo SARESP quanto ao resultado dos alunos do ensino básico (6° e 9° ano do EF e 3° ano do EM) na área de Ciências da Natureza, comentados no Capítulo 1 desta dissertação.

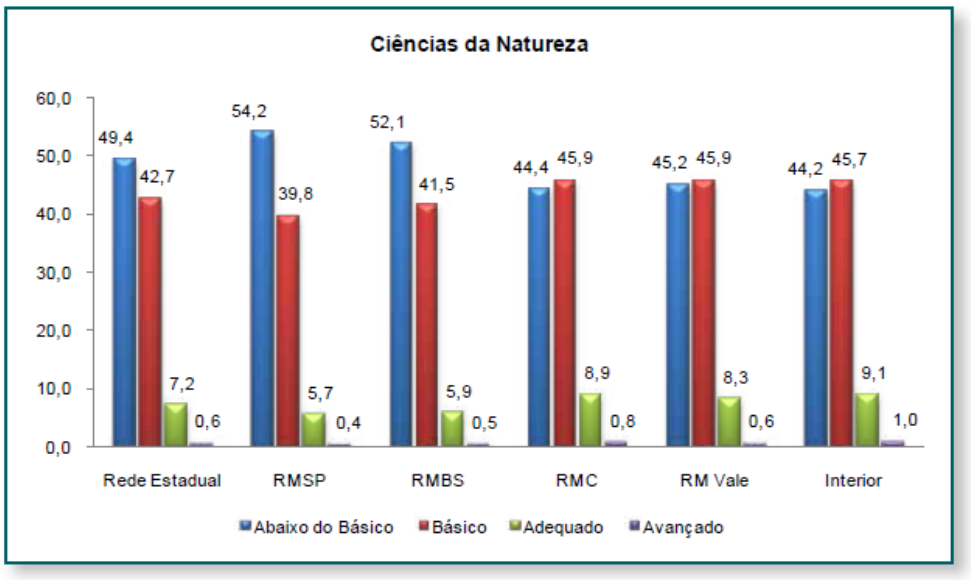
Figura 104: O ensino médio e nossos alunos



Fonte: o autor

O SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), enquanto processo avaliativo, denuncia os resultados precários no domínio das Ciências por parte dos estudantes dos 7º e 9º anos do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio. Como se pode notar no gráfico da figura 104 quase metade dos alunos das diversas redes apresentam resultados abaixo do básico nesta avaliação e pouquíssimos (menos de 10%) estudantes conseguem atingir o nível adequado.

Figura 105: Nível de proficiência no SARESP 2014.



Fonte: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Como a modalidade de aplicação deste curso é concomitante e subsequente, é de se esperar que parte dos alunos, principalmente levando-se em conta a faixa etária, venha a ser praticantes dos dois últimos anos do ensino médio, ou, em última instância, do último ano do ensino médio. Neste sentido, entendemos que estes alunos já possuem contato com a disciplina específica de Física.

Foi esclarecido ao grupo, logo no início dos trabalhos, que todo o conhecimento necessário para o acompanhamento satisfatório do curso estava colocado entre os objetivos elencados no roteiro entregue a eles, além de que a abordagem em todos procedimentos buscava uma conexão com estes temas, que supomos já serem de conhecimento dos alunos. Desta forma, a proposta do pré-teste de conhecimentos foi apresentado como uma provocação “intelectual” a cada um dos alunos dos grupos participantes desta pesquisa, servindo como um estímulo inicial para o despertar do interesse pela obtenção de mais informações e conhecimentos, a fim de serem profissionais de alto nível no mercado de trabalho.

A distribuição dos assuntos do pré-teste foi pensada com base no escopo geral do curso que os alunos adentraram (figura 106). Sendo assim, procuramos verificar os conhecimentos dos participantes, adquiridos no Ensino Médio na área de física, e norteamos nossos trabalhos a partir dos dados obtidos.

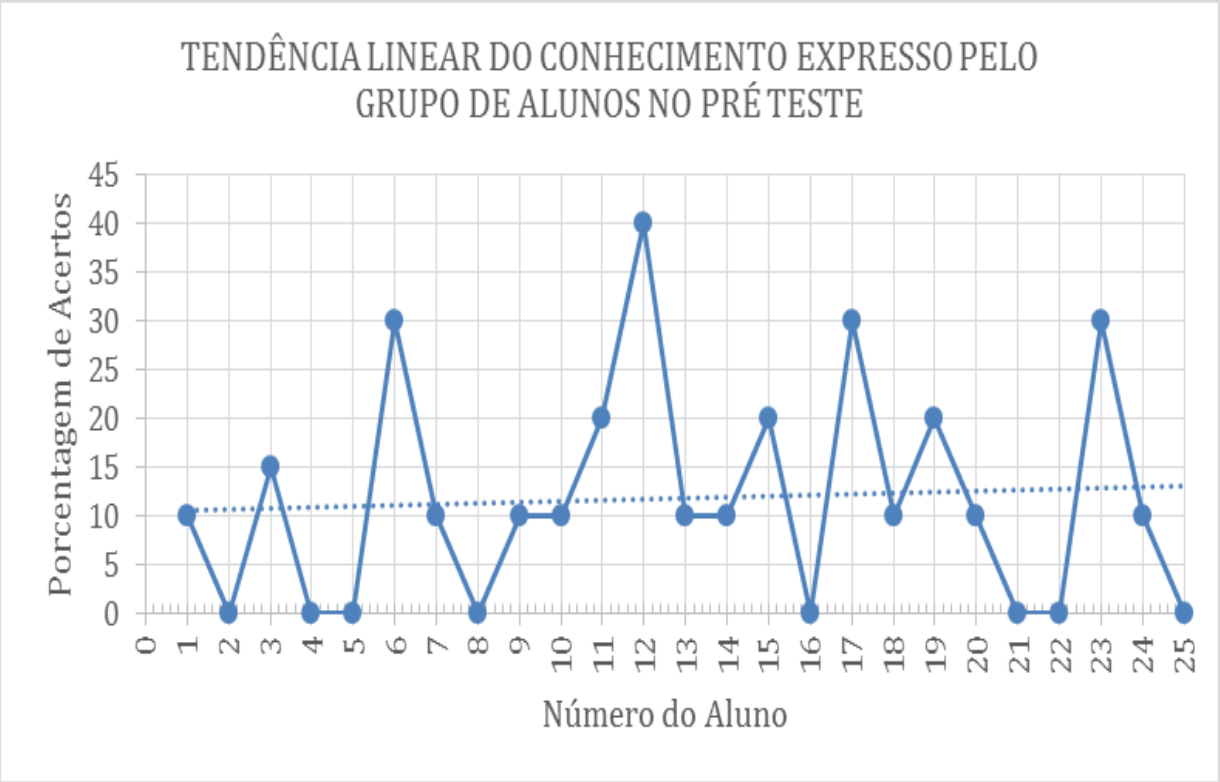
Figura 106: Distribuição dos assuntos abordados no teste de conhecimentos

Fonte: o autor

No momento de aplicação do pré-teste, lemos todas as questões com os alunos e deixamos um espaço para a retirada de dúvidas. Logo após, orientamos que eles fizessem uma leitura reflexiva da prova – foram reservados 30min para esta leitura. Ao final do tempo, solicitamos que os alunos apresentassem respostas prévias de algumas questões, baseadas em seus conhecimentos, sem a preocupação de as respostas estarem corretas ou não, a única obrigação é que eles se sentissem seguros para responder a questão, eliminando episódios de “chute”.

Ao final de todo o período de trabalho com as turmas, ou seja, após a aplicação de todo o MI, a realização de todos os experimentos, além da aplicação dos *softwares* de simulação, foi novamente realizada a aplicação do caderno de teste denominado “Verificação de Conhecimentos em Física”, agora como pós-teste. O resultado do pós-teste foi superior ao observado no pré-teste, o que comprova que o conteúdo trabalhado, embora complexo, se aplicado com a utilização de várias ferramentas, pode ser bem assimilado pelos alunos.

Figura 107: Tendência linear do conhecimento expresso pelo grupo de alunos no pré-teste

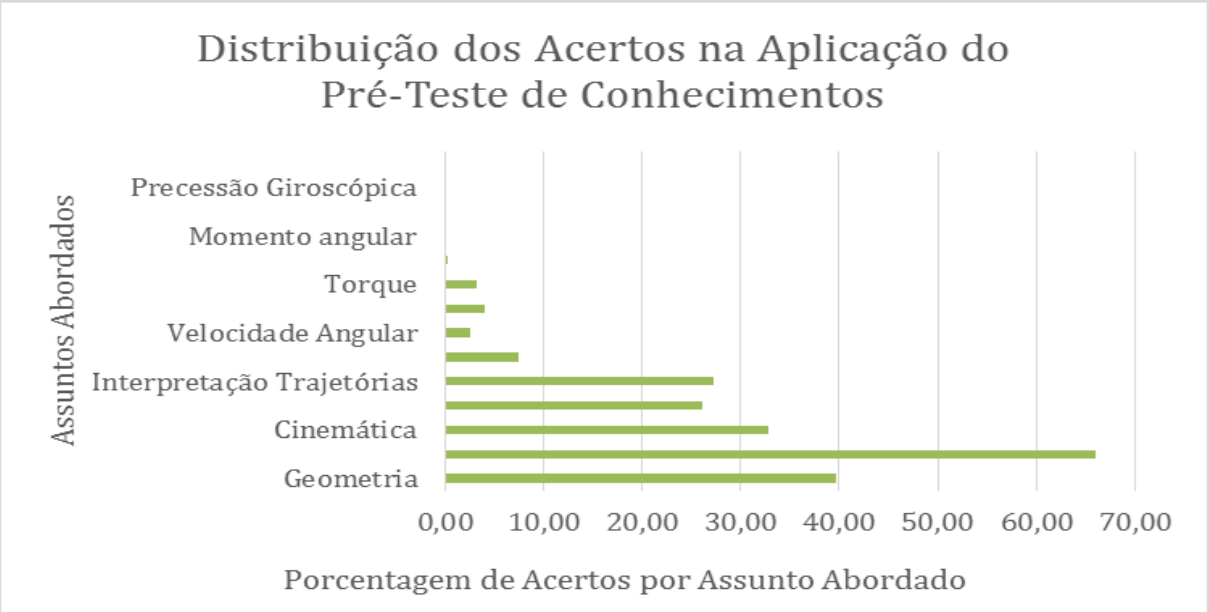


Fonte: o autor

Como pode ser visto na Figura 107, a linha de tendência do conhecimento expresso pelo grupo de alunos, que representa o quanto capacitado eles se sentiam para a solução dos problemas, alcançou o valor de 11,4%. Quando a isso, vale ressaltar que estes alunos já tinham contato com a disciplina de física no Ensino Médio, ou seja, não eram desconhecedores do assunto.

Na Figura 108 é apresentada a compilação dos dados resultantes do pré-teste de conhecimentos, permitindo mapear a distribuição do conhecimento prévio apresentado pelos alunos. A partir do gráfico é possível perceber um forte declínio nos índices de conhecimento dos assuntos relacionados ao Movimento Circular Uniforme.

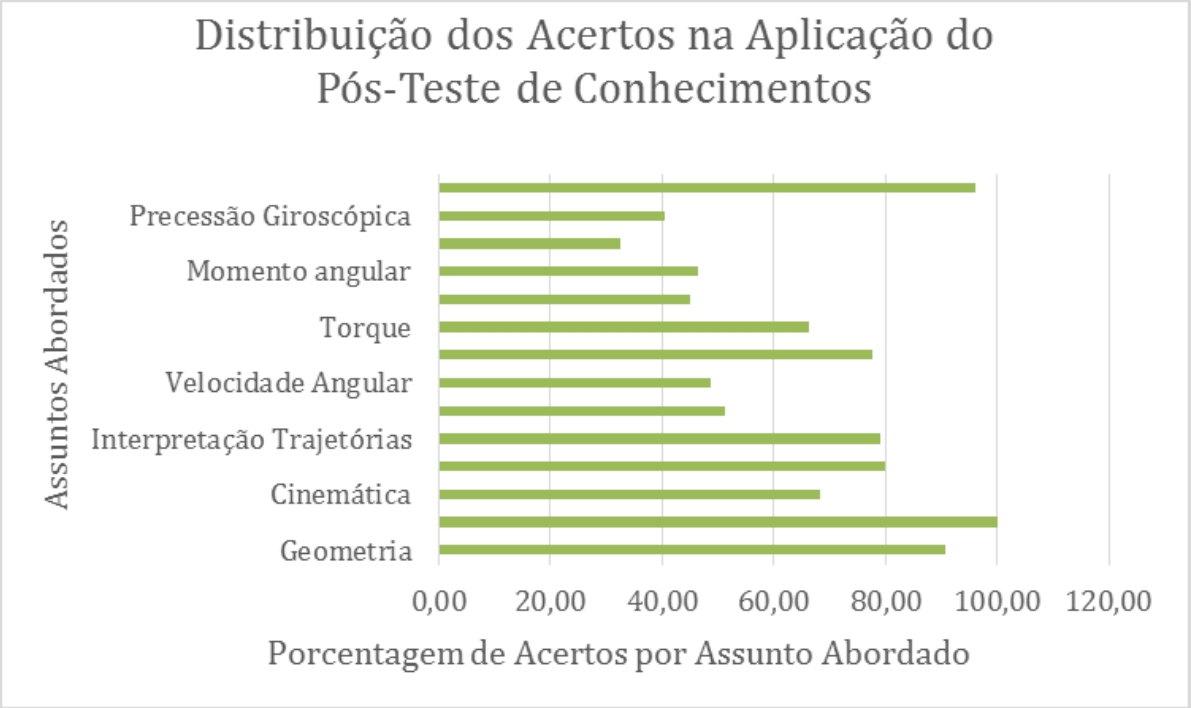
Figura 108: Distribuição dos acertos na aplicação do pré-teste de conhecimentos



Fonte: o autor

Com o cenário do conhecimento prévio já definido, foi dada sequência à aplicação do MI, que consistiu no trabalho com a apostila e com recursos acessórios, como a prática dos experimentos e a utilização de *softwares*, práticas estas sempre contextualizadas a situações reais de ambiente de trabalho dos alunos, a fim de propiciar um maior interesse destes.

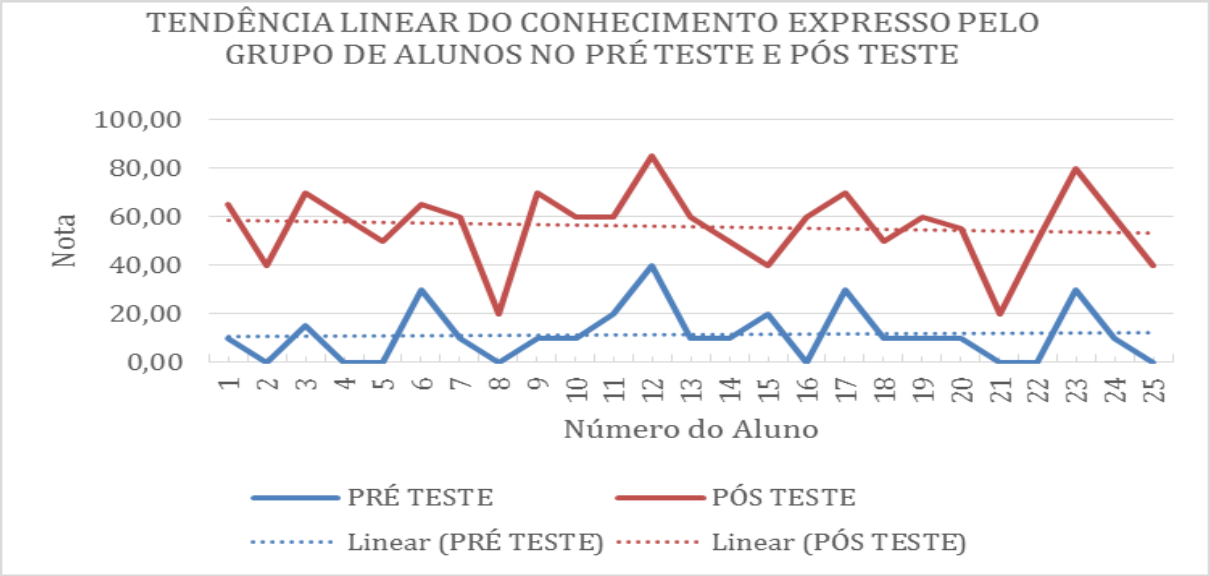
Figura 109: Distribuição dos acertos na aplicação do pós-teste de conhecimentos



Fonte: o autor

No término do trabalho com o grupo, após a aplicação de todo MI, experiências e práticas, foi aplicado o mesmo caderno de perguntas do pré-teste, entretanto agora com o rótulo de pós-teste. Neste momento, ressaltamos aos alunos que estes possuíam a capacidade de obter bons resultados no teste, pois tinham passado pelo período de trabalho em sala de aula.

Figura 110: Tendência linear do conhecimento expresso pelo grupo de alunos no comparativo do pré-teste e pós-teste



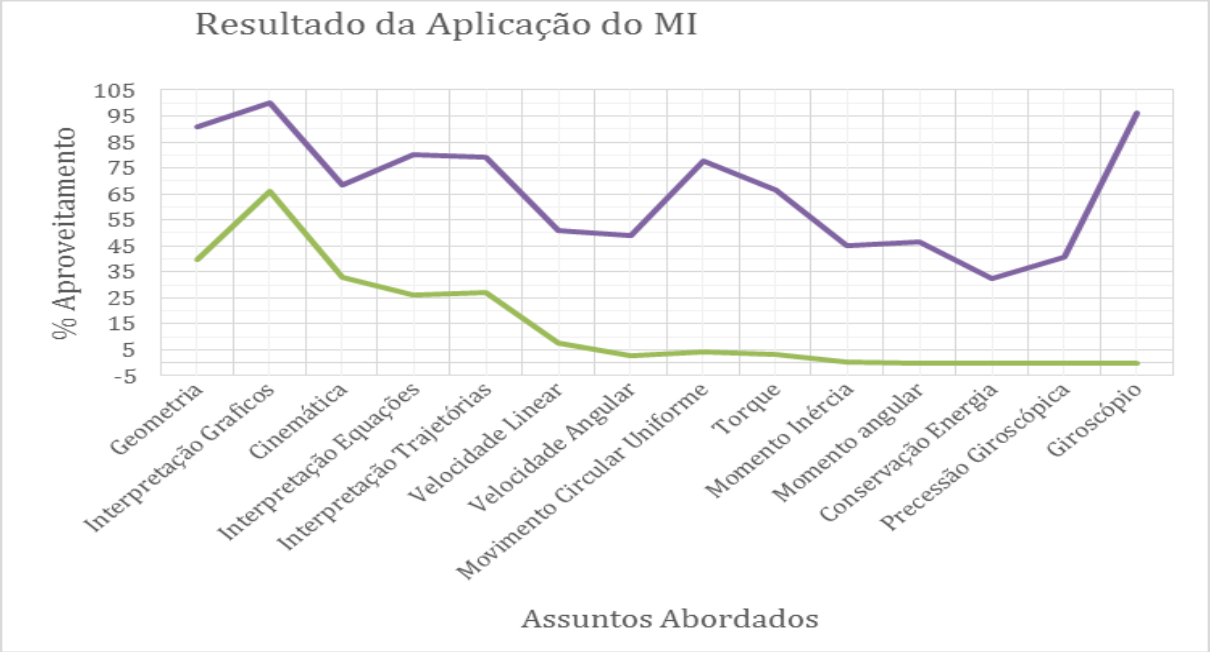
Fonte: o autor

A partir da Figura 110, é perceptível uma melhora nos resultados dos alunos, principalmente considerando o curto espaço de tempo utilizado para a aplicação do MI. É muito clara, no gráfico, a elevação da tendência linear que vai do limiar mínimo de 11,4% para o limiar de 56%, o que representa uma elevação acentuada do aproveitamento médio do grupo.

Quanto à reação dos alunos, foi notável uma satisfação geral, pois, com este resultado, atestaram suas capacidades de compreensão de conteúdos e assimilação de conhecimentos, fato que representava um obstáculo para eles.

O gráfico da figura 111 demonstra esta melhora na performance dos alunos comparando o resultado, por assunto tratado, do pré-teste com o pós-teste.

Figura 111: Resultado da aplicação do MI



Fonte: o autor

Foi realizado um balanço geral das atividades, tomando como base o roteiro apresentado logo no início dos trabalhos, confirmando que todo o conteúdo foi aplicado, bem como os experimentos, as interações com os instrumentos científicos atendidos e as atividades com do emprego da tecnologia de informação. Esta somatória de práticas resultou em significativa evolução na capacidade dos alunos de solucionar as questões apresentadas no pós-teste.

O fato de os alunos estarem em contato constante com os assuntos abordados no pós-teste no momento de aplicação deste contribui para uma performance positiva. Entretanto, como estes assuntos não serão abordados no futuro, é possível que o rendimento posterior dos alunos nas temáticas que estudamos neste período de pesquisa sofra um declínio, fato natural em todo processo de aprendizagem.

Encerramos, aqui, a discussão dos resultados obtidos em nossa pesquisa, mas ressaltamos que o assunto não foi esgotado, reservando aos interessados a possibilidade de contribuir e dar continuidade aos estudos e ideias por nós iniciados.

7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

É evidente que trabalhos como este são comuns no cenário acadêmico, e continuarão sendo.

A física e a matemática são disciplinas importantes para a formação do cidadão e, quando trabalhadas de maneira proativa, podem despertar o interesse dos jovens. Sendo assim, é preciso que nós docentes busquemos sempre novas alternativas para despertar o interesse dos alunos em sala de aula, fato que traz benefícios e motiva professores e alunos.

O MI desenvolvido neste trabalho tem como objetivo maior atingir o aluno e propiciar um aprendizado significativo para ele. Sendo assim, podemos afirmar que não é um material com características, mas que busca uma significação real para o aluno, e que possui orientações e sugestões para os professores.

Pensando no curso da área de aviação civil aqui abordado, é necessário que o professor adeque as disciplinas de matemática e de física ao cenário profissional futuro destes alunos, a fim de que o momento de ensino-aprendizagem seja mais produtivo, significativo e que contribua diretamente na formação deste profissional.

A educação técnica profissionalizante encara o desafio de formar profissionais para novas profissões, acarretando a configuração de cursos técnicos que demandam docentes com experiências específicas. O Curso Técnico de Mecânica em Manutenção de Aeronaves é um exemplo de casos dessa natureza. Nesse estudo, elaborou-se um Material Instrucional (MI) voltado para uso de professores e estudantes com interesse nos conceitos de Movimento Circular, Torque, Momento de Inércia, Momento Angular, Precessão Giroscópica e Conservação de energia do movimento angular. Esses temas devem ser abordados no curso desses futuros profissionais, destacando a necessidade de se promover exemplos, exercícios e atividades práticas de interesse e que representem a demanda formativa desses alunos. A aplicação do MI foi realizada em um Curso Técnico profissionalizante do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), *campus* São Carlos. A turma é formada por alunos que frequentavam o segundo ou terceiro ano do Ensino Médio e que, em horário diferenciado, cursavam o complementar Ensino Profissionalizante. O trabalho desenvolvido com o MI demonstrou indícios de boa receptividade junto aos alunos, considerando que os exercícios realizados no pós-teste revelam aumento significativo de acertos.

Ressaltamos que a abordagem da matemática no presente trabalho não teve o aprofundamento que poderia ser dado, sendo assim, destacamos que ajustes como este podem ser feitos no material em momentos posteriores. Como já afirmado, nosso objetivo com a reflexão aqui proposta, é chamar a atenção para a necessidade de utilização dos inúmeros recursos tecnológicos disponíveis no cotidiano, de alcance financeiro de muitas instituições de ensino, em sala de aula, recursos estes que colaboram, de forma intensa, para a compreensão do conteúdo trabalhado.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, S.; BAZIN, M. **Ciência e (in)dependência**. V. 2. Lisboa: Livros H, 1977.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Kluwer Academic Publishers, Lisboa, 2003.

AUTH, M. A. Prática educacional dialógica em Física via equipamentos geradores. **Cad.Cat.Ens.Fis.**, v.12,n.1:, p. 40-46, Abril 1995.

BOZELLI, F. C. **Analogias e Metáforas no Ensino de Física: O Discurso do Professor e o Discurso do Aluno**. 2005. 233f. Dissertação de mestrado. Programa de Pós -Graduação em Educação para a Ciência, Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru – São Paulo.

DA ROSA, C. W.; BECKER DA ROSA, A. **As imposições da sociedade frente ao ensino de física no ensino médio.** Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/dados/snef/_asimposicoesdasociedadef.trabalho.pdf. Acesso em 16 Jan. 2017

GASPAR, A. **Física**. [S.l.]. 2ª ed. 3ª impressão. São Paulo: Ed. Ática, 2012.

MACEDO, J. A. D. Simulações computacionais como ferramentas para o ensino de conceitos básicos de eletricidade. **Caderno Brasileiro do Ensino de Física**, JANUÁRIA, v. 29, p. 562-613, 01 set. 2012.

MANASSI, N. P.; NUNES, C. da S.; BAYER, A. Uma unidade de ensno potencialmente significativa (UEPS) no ensino da matermática financeira. **EMR – RS**, 2014, p. 54-62.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Manutenção de Aeronaves em Célula** – Concomitante / Subsequente. 2015. Disponível em: http://www.ifspsaocarlos.edu.br/portal/arquivos/publicacoes/2017/2017.02.03_T%C3%A9cnico_em_Manuten%C3%A7%C3%A3o_de_Aeronaves_em_C%C3%A9lula_abril.pdf. Acesso em 15 Out. 2016

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa.** Primeira Edição. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.

_____. **Aprendizaje significativo: teoría y práctica**. Madrid: Visor, 2000.

_____. Unidades de Ensino Potencialmente significativa UEPS, Versão 6.0. **Aprendizagem Significativa em Revista**/Meaningful Learning Review – V1(2), pp. 43-63, 2011

_____. Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa. **O Ensino**, Porto Alegre/RS, 2012.

PCN + Ensino Médio. Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS.pdf. Acesso em 15 out. 2016.

NUNES, C. da S. Unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS) no contexto do ensino de estatístic. **EMR-RS** - ANO 16 - 2015 - número 16 - v.1 - pp. 58 a 69.

YOUNG, H. D. **Física III: eletromagnetismo.** Tradução de Sonia Midori Yamamoto. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO
– CAMPUS SÃO CARLOS
CURSO TÉCNICO EM MANUTENÇÃO
DE AERONAVES EM CÉLULA

FÍSICA: TEORIA E PRÁTICA

Autor: Ivens Alberto Meyer

São Carlos, SP
2017

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 3

INTRODUÇÃO 5

PARTE I – SUGESTÕES PARA USO DA APOSTILA – *Material para o professor* 6

1 ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DESTE MATERIAL 7

1.1 Desenvolvimento do primeiro encontro 9

1.1.1 Objetivos 9

1.1.2 Discussão dos objetivos do trabalho 9

1.1.3 Realização do “Questionário de conhecimentos prévios” 9

1.1.4 Realização do teste de conhecimentos em física – modo pré-teste 11

1.1.5 Gabarito do teste de conhecimentos em física 27

1.1.6 Distribuição da apostila 29

1.2 Desenvolvimento do segundo encontro 30

1.2.1 Objetivos 30

1.2.2 Aula teórica sobre velocidade linear, radiano e velocidade angular 30

1.2.3 Aula prática – experimento 01 31

1.3 Desenvolvimento do terceiro encontro 35

1.3.1 Objetivos 35

1.3.2 Aula teórica sobre translação, rotação e torque 35

1.3.3 Aula prática – experimentos 2 e 3 35

1.4 Desenvolvimento do quarto encontro 43

1.4.1 Objetivos 43

1.4.2 Aula teórica sobre momento de inércia, giroscópio, momento angular e precessão giroscópica 43

1.4.3 Aula prática – experimento 04 44

1.4.4 Experimento 05 52

1.5 Desenvolvimento do quinto encontro 57

1.5.1 Objetivos 57

1.5.2 Aula teórica sobre a conservação do momento angular 57

1.5.3 Aula prática – experimento 06 58

2 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS 62

PARTE II –APOSTILA – *Material para alunos* 63

1 INTRODUÇÃO 64

2 RELACIONANDO VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES 67
Exercícios 70
2.1 Posição 71
2.2 Velocidade 72
Exercícios 74
2.3 Aceleração 75
Exercícios 76
2.4 Momento linear 77
2.5 Momento de inércia 77
2.6 Período e frequência 78
Exercícios 80

3 TORQUE 81

4 MOMENTO ANGULAR E CONSERVAÇÃO DE MOMENTO ANGULAR 84
Exercícios 86

5 PRECESSÃO GIROSCÓPICA 87
Exercícios 91

REFERÊNCIAS 92

RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DA APOSTILA 93
Relacionando variáveis lineares e angulares 93
Velocidade 94
Aceleração 97
Período e frequência 98
Momento angular 99
Precessão giroscópica 100

APRESENTAÇÃO

Compartilhando de uma preocupação da classe docente quanto ao ensino significativo de física, com propostas que aliam teoria e prática, este material foi elaborado.

A partir das propostas dos PCN para o ensino de física, o estudo desta área ganhou novos sentidos e está voltado para a formação de um cidadão contemporâneo que domine os instrumentos para compreender, intervir e participar na realidade.

A Física na sala de aula deve consistir em um conjunto de competências que permite com que o aluno saiba identificar e lidar com fenômenos naturais e tecnológicos, presentes no cotidiano imediato ou em universos mais distantes, a partir de princípios, leis e modelos por ela construídos. Isto implica em conhecimentos da própria linguagem da física, que possui terminologias e formas de expressão bem definidas.

Contudo, acreditamos que as competências para lidar com o mundo físico não têm significado quando trabalhadas de forma isolada. Sendo assim, as competências em física devem ser construídas em contextos e em diálogo com outras áreas.

Nesse sentido, este material foi pensado de forma a modificar o trabalho com o ensino de física, pensando na união entre teoria e prática, deixando de concentrar-se na memorização de fórmulas ou na repetição automática de procedimentos e dando-lhes significados em situações reais de aprendizado. Pensamos em contribuir para que o aluno:

- Compreenda o conteúdo abordado de um modo mais interessante.
- Associe este conteúdo ao contexto profissional do mecânico de manutenção.
- Utilize seguramente os instrumentos de medição presentes no cotidiano de trabalho
- Sinta-se mais atraído pela utilização do conteúdo na solução dos problemas diários encontrados no exercício de seu oficio.

Para os professores, este material contêm sequências metodológicas, com orientações claras para o trabalho com cada tema proposto.

Sabendo que um livro didático é um importante instrumento para aulas, mas não o único, este material foi concebido para, de forma objetiva e clara, contribuir com a prática pedagógica dos profissionais da física. Esperamos que excelentes aprendizagens ocorram nas aulas.

INTRODUÇÃO

Este material consiste em produto do mestrado profissional de Ivens Alberto Meyer, realizado na Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba. O objetivo foi desenvolver um material alternativo para o ensino de física, de maneira específica pensando no Curso Técnico de Formação de Mecânicos de Aeronaves, do Instituto Federal de São Paulo, campus São Carlos – SP.

Ainda que o material tenha sido desenvolvido pensando neste curso, não objetiva-se que ele fique restrito a este contexto, pois aborda temáticas centrais para o ensino de física, como: Movimento Circular, Torque, Momento de Inércia, Momento Angular, Precessão Giroscópica e Conservação de energia do movimento angular.

A primeira parte do presente material é destinada ao professor, com sugestões para as aulas. A segunda é um compêndio de teoria e propostas de exercícios, acompanhados de respostas.

PARTE I – SUGESTÕES PARA USO DA APOSTILA

Material para o professor

1 ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DESTE MATERIAL

Para esta apostila foram idealizados seis encontros, de 3h30 cada um. Fica a critério do professor a organização do tempo e da quantidade de encontros da maneira que cabe à sua realidade. Aqui apresentamos apenas uma sugestão.

1. **Primeiro encontro**
    a) Discussão dos objetivos do trabalho
    b) Realização do questionário de conhecimentos pessoais
    c) Realização do teste de conhecimentos, versão pré-teste
    d) Distribuição da Apostila

2. **Segundo Encontro - Movimento Circular Uniforme**
    a) Aula teórica
        i. Velocidade Linear
        ii. Radiano
        iii. Velocidade Angular
    b) Aula prática – Experimento 01
        i. Hélice + Trena
            1. Velocidade linear
            2. Velocidade angular

3. **Terceiro encontro - Torque**
    a) Aula teórica
        i. Translação e rotação
        ii. Braço de uma alavanca
        iii. Força aplicada
    b) Aula prática – Experimentos 02 e 03
        i. Torquímetro de estalo + Balança de peixeiro
            1. Torque ou momento
        ii. Hélice + Balança de peixeiro
            1. Torque ou momento

4. **Quarto encontro – Momento de inércia, giroscópio e momento angular**
    a) Aula teórica
        i. Centro de Massa
        ii. Formas geométricas e seus momentos de inércia
        iii. Momento angular
        iv. Precessão giroscópica
    b) Aula prática – Experimentos 04 e 05

i. Roda de bicicleta
    1. Giroscópio
    2. Momento de Inércia
ii. Roda de bicicleta
    1. Precessão giroscópica

5. Quinto encontro - Conservação de energia do momento angular

a) Aula teórica
    i. Conservação de energia do momento angular
b) Aula prática – Experimentos 06 e 07
    i. Roda de bicicleta + Plataforma Giratória + Halteres
        1. Conservação de energia, momento angular

6. Avaliação de resultados

a) Realização do teste de conhecimentos, versão pós-teste

1.1 Desenvolvimento do primeiro encontro

1.1.1 Objetivos

a. Discussão dos objetivos do trabalho
b. Realização do questionário de conhecimentos pessoais
c. Realização do teste de conhecimentos, versão pré-teste
d. Distribuição da Apostila

1.1.2 Discussão dos objetivos do trabalho

Neste momento o professor deve expor aos alunos os objetivos do trabalho com o material, que serão a abordagem dos assuntos: Movimento circular uniforme, torque, momento de inércia, precessão giroscópica e conservação do momento angular.

1.1.3 Realização do “QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS”

Sugere-se ao professor que aplique o questionário a seguir a fim de conhecer melhor a realidade dos alunos e adaptar as aulas quando necessário.

_____, __ de _____ de 20__. Número Aluno:_____

QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

1. Você gosta de Matemática?

a. ( )Sim b. ( )Não

2. Você gosta de Física?

a. ( )Sim b. ( )Não

3. Você gosta mais de:

a. ( )Aula prática b. ( )Aula teórica

4. Você escolheu este curso:

a. ( )Por querer b. ( )Por acaso

5. Você está satisfeito com a sua escolha?

a. ( )Sim b. ( )Não

6. Você acredita que a Física é importante na área da Aviação Civil?

a. ( )Sim b. ( )Não

7. Você acredita que a Matemática é importante na área da Aviação Civil?

a. ( )Sim b. ( )Não

8. Como você distribuiria as aulas no curso?

a. ( )50% teoria e 50% prática
b. ( )30% teoria e 70% prática
c. ( )70% teoria e 30% prática
d. ( )90% teoria e 10% prática
e. ( )10% teoria e 90% prática
f. ( )Só teoria

9. Você estudou o seu ensino básico na:

a. ( )Rede privada ( )Rede pública

10. Você estudou, ou estuda, o ensino médio em:

a. ( )Rede privada ( )Rede pública

11. Você pretende trabalhar na área da Aviação Civil?

a. ( )Sim b. ( )Não

12. Na sua opinião os Professores dominam o assunto que tratam?

a. ( )Sim b. ( )Não

13. Em sua opinião, os professores possuem uma boa didática?

a. ( )Sim b. ( )Não

14. Como você se considera quanto a sua dedicação nos estudos?

a. ( )Muito empenhado

b. ( )Empenhado

c. ( )Compareço a aula

d. ( )Faço por obrigação

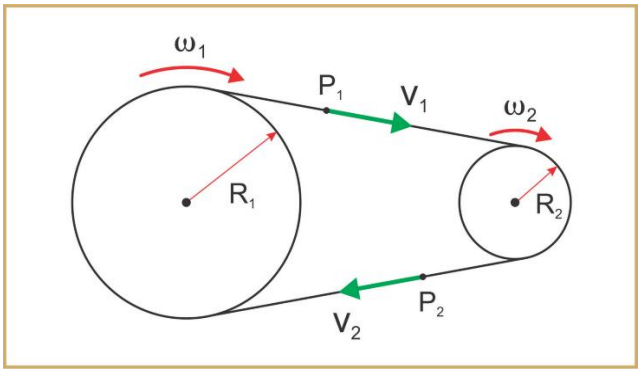
1.1.4 Realização do TESTE DE CONHECIMENTOS EM FÍSICA, no modo pré-teste

Esta é uma proposta de tese a fim de que se tenha conhecimento sobre o domínio teórico dos alunos.

É importante que os alunos tenham consciência de que este teste não se trata de uma prova, mas, sim, de uma ferramenta para averiguar conhecimentos prévios abordados no ensino médio, por exemplo.

TESTE DE CONHECIMENTOS EM FÍSICA

Figura 01 – Sistema de acionamento de uma bicicleta



Fonte: osfundamentosdafisica.blogspot.com. Acesso em 01 ago. 2016

De acordo com a Figura 01, responda às questões de número 1 a 3.

1. A velocidade V_1, que descreve a rapidez com que a partícula P_1 percorre a trajetória entre as duas engrenagens, é conhecida como:
   a) Velocidade linear.
   b) Velocidade angular.
   c) Velocidade dinâmica.
   d) Não sei.

2. A velocidade ω_1 , que descreve a rapidez com que a partícula P_1 percorre um ângulo central da circunferência da engrenagem da coroa, com raio R_1, é conhecido como:
   a) Velocidade linear.
   b) Velocidade angular.
   c) Velocidade dinâmica.
   d) Não sei.

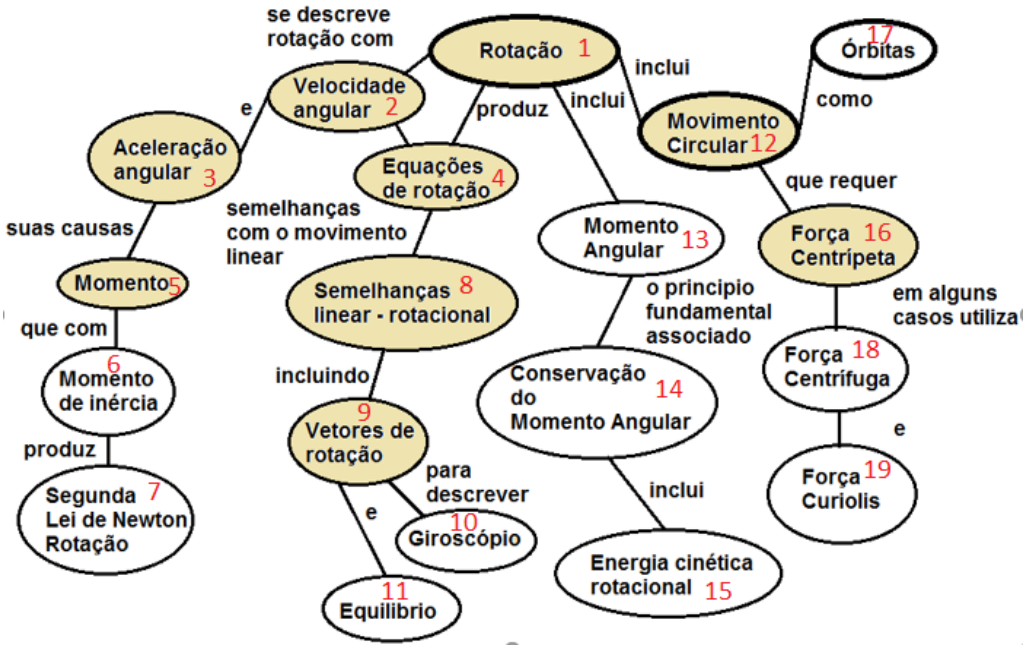
3. Para você, quais são os componentes de uma circunferência?

4. Sem fazer uso de equações matemáticas, o que você entende por radiano.

5. Como podemos calcular o perímetro de uma circunferência?

6. Observe a figura abaixo:

Figura 02 – Figura sobre Rotação

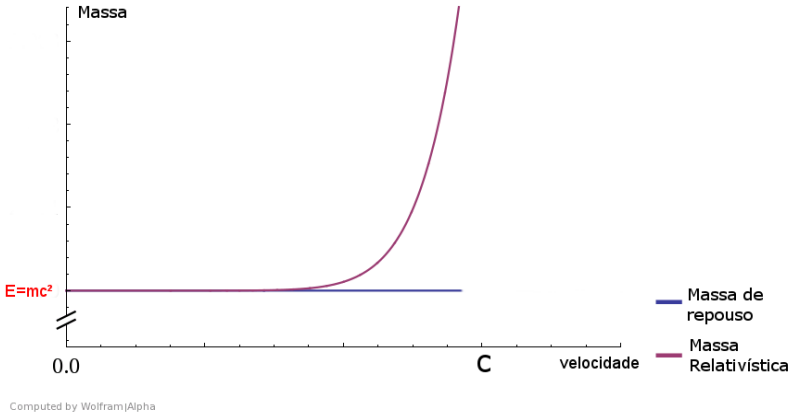


Fonte: o autor

Dos itens enumerados na Figura 2, por favor, informe qual é o seu grau de conforto com relação a cada um deles, usando como referência os níveis Bom, Regular e Nenhum. Exemplo: 01B, 02R, 03N, 04B...

7. Observe com atenção o Gráfico da Figura 03, o que você pode dizer sobre o comportamento da massa relativística quando relacionada com o aumento da velocidade?

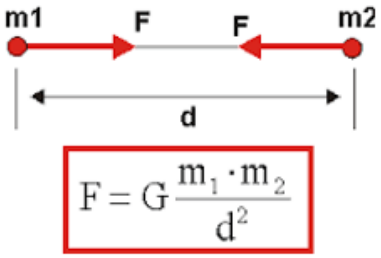
Figura 03 - Gráfico Massa X Velocidade da Luz



Fonte: simetriadegauge.blogspot.com.br. Acesso feito em 09 ago. 2016

8. Observando o diagrama de forças da Figura 04, o que se pode dizer caso consideremos um aumento da massa do corpo m2 ?

Figura 04 – Lei de Isaac Newton para a Gravitação Universal



Fonte: www.alfaconnection.pro.br. Acesso em 09 ago. 2016

9. De acordo com a equação da figura 05, e considerando que o campo gravitacional na lua corresponde a 1/6 do campo gravitacional na Terra, o que você pode dizer sobre o peso na lua para uma pessoa que, na Terra, tem massa igual a 75Kg ?

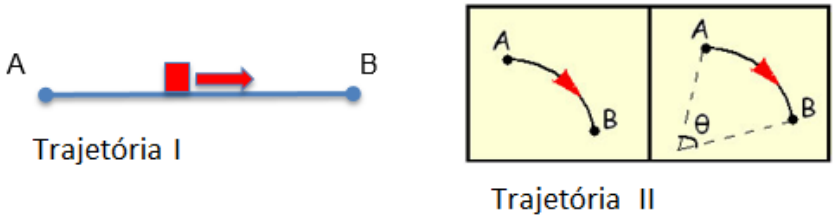
Figura 05 – Equação da força peso

$$W = F = m \cdot g$$

Fonte: o autor

10. Observando a figura 06, quais são os tipos de trajetória que você consegue identificar?

Figura 06 – Tipos de Trajetórias



Fonte: o autor

11. De acordo com a Figura 07 e a equação que a define, a quantos radianos correspondem 180 graus ?

Figura 07 – Espaço angular

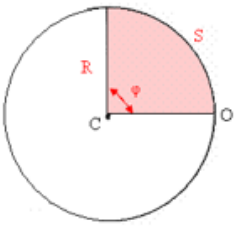


Figura 3.7 – Espaço angular

Acesso em 09/08/2016 - www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mc.php

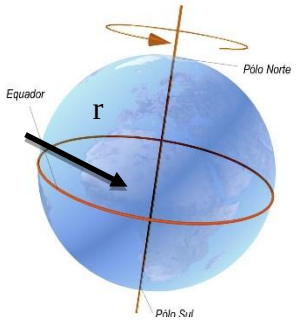
$$\varphi = \frac{S}{R}\,rad \;\rightarrow\; (Para\ S = 360°)\ S = 2\pi R \rightarrow \varphi = \frac{2\pi R}{R}\,rad \;\rightarrow\; \varphi = 2\pi$$

Fonte: www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica?Cinematica/mc.php. Acesso em 09 ago. 2016.

12. O deslocamento _____está para o movimento linear, assim como o deslocamento circular está para o movimento _____.

13. Observando a figura 8, considerando que o raio equatorial da Terra é de 6.378Km, e que a mesma está em rotação constante em torno de seu eixo, qual a velocidade escalar que uma pessoa em algum ponto do equador percebe com relação ao centro da Terra ?

Figura 08 – Raio equatorial da Terra



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=56709
Acesso em 09 ago. 2016

14. Um helicóptero (figura 9) tem as hélices do rotor principal girando a uma frequência de 7,8Hz, qual a sua velocidade angular em $rpm\ e\ em\ {}^{rad}/_{s}$?

Figura 09 – Helicóptero em voo

Fonte: http://www.helibras.com.br Acesso em 10 ago. 2016.

15. Uma aeronave com propulsão à hélice (figura 10) está com o seu motor ajustado para um regime de rotação de 1320rpm. Quanto tempo leva para a hélice realizar uma volta completa?

Figura 10 – Aeronave Biplano

Fonte: https://pt.dreamstime.com/imagem-de-stock-royalty-free-no1-antigo-do-biplano-image10036.
Acesso em 10 ago. 2016.

16. O rotor de cauda de um helicóptero (figura 11) está a uma velocidade angular de 1740rpm. Considerando que o raio da pá é de 1,2m, qual a velocidade linear de sua ponta em $^{km}/_{h}$?

Figura 11 – Rotor de cauda

Fonte: https://pt.depositphotos.com/13646360/stock-photo-berlin-september-14-tail-rotor.html. Acesso em Acesso em 10 ago. 2016

17. O tacômetro (figura 12) é um instrumento também utilizado no motor convencional a pistão, e tem como função mostrar em tempo real, a rotação do eixo virabrequim do motor. Qual a velocidade angular do motor em $^{rad}/_{seg}$ quando o instrumento estiver marcando $2400\ rpm$?

Figura 12 – Tacômetro

Fonte: http://skywingsinternacional.com.br/pecas/228-tacometro-iluminado-cessna-pn-s3329-6 Acesso em: 16 Ago. 2016

18. A engrenagem motora da bomba de óleo do motor (figura 13) tem um diâmetro de 40mm e opera com uma rotação máxima de 1900rpm. Determine a velocidade linear de um ponto na extremidade da engrenagem.

Figura 13 – Bomba deslocamento positivo

Fonte: http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAqawAJ/bombas-deslocamento-positivo
Acesso em: 16 Ago. 2016

19. Uma aeronave encontra-se pilonada (figura 14), ou seja, perpendicular a uma superfície plana. A aeronave, ao ser puxada pela cauda, leva 6s para deixar a posição vertical e ficar no chão na posição horizontal. Determine o valor aproximado da velocidade angular média de queda dessa aeronave.

Figura 14 – Aeronave pilonada

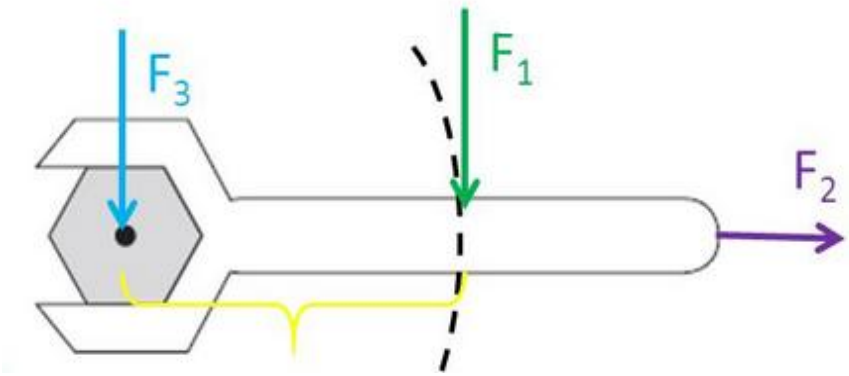
Fonte: http://voarnews.blogspot.com.br/2009/01/ - Acesso em: 16 ago. 2016

20. Com relação ao movimento circular uniforme (MCU), indique o que for correto.
    a. O período é diretamente proporcional à frequência de giro de um corpo em MCU.
    b. Sabendo que o período de giro do ponteiro dos minutos é de 1 min, podemos dizer que a sua frequência será, aproximadamente, de 0,017 Hz.
    c. Se a frequência do ponteiro dos segundos é de 1 min, podemos calcular a sua frequência aproximada como de 0,017 Hz.
    d. A frequência é diretamente proporcional ao período.
    e. Um corpo que gira com frequência de 20 Hz possui período igual a 0,05s.

22. Quando um corpo extenso está sujeito à ação de forças de resultante não nulas, ele pode adquirir quais tipos de movimento simultaneamente?
    a. Translação, rotação, ambos.
    b. Aplicação, rotação, relação.
    c. Translação, relação, rotação.
    d. Equilíbrio, rotação, ação.
    e. Equilíbrio, relação, ambos.

23. Em relação à Figura 15 podemos afirmar que:

Figura 15 – Aplicação de força X Torque



Fonte: http://slideplayer.com.br/slide/5824043/. Acesso em 10 ago. 2016

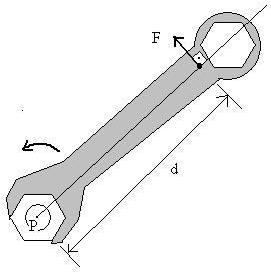
a. A Força F1, perpendicular ao braço da alavanca não produz o momento ou torque máximo.

b. A Força F2, radial ao braço da alavanca não produz momento ou torque nenhum.

c. A Força F3, aplicada ao centro do parafuso produz momento ou torque.

24. Um mecânico instalará um cilindro em um motor convencional a pistão Lycoming. Segundo o manual deste motor, o torque ($\vec{\tau} = r * \vec{F}$) de aperto de cada um dos 06 parafusos que prendem o cilindro ao bloco é de 25Nm. Qual a força a ser aplicada pelo mecânico na extremidade da chave (figura 16) sabendo que o mecânico utilizará uma chave combinada de 3/8” que apresenta um braço (d) de alavanca de 15cm (0,15m)?

Figura 16 – Chave combinada X Torque aplicado

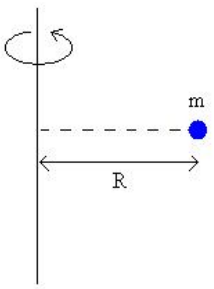


Fonte: http://slideplayer.com.br/slide/5824043/. Acesso em 16 ago. 2016

25. Que nome recebe a resistência à mudança no movimento rotacional, ou seja, à mudança em sua velocidade angular?
    a. Momento linear.
    b. Momento angular.
    c. Momento de inércia.
    d. Torque de aperto.

26. Considerando a Figura 17, qual o momento de inércia ($I = M * R^2$) do corpo "m", sabendo que o mesmo está a 3 metros do seu eixo de rotação e possui uma massa de 5kg?

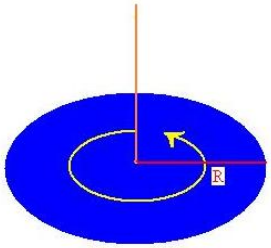
Figura 17 – Momento de inércia de um corpo pontual



Fonte: http://www.infoescola.com/mecanica/momento-de-inercia/. Acesso em 16 ago. 2016

27. Qual o momento de inércia ($I = \frac{1}{2} * M * R^2$) para um disco de massa igual a 20 gramas que gira em torno de um eixo imaginário que passa pelo seu centro, cujo raio é igual 80 centímetros, como mostra a figura 18?

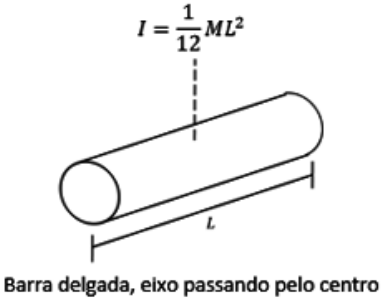
Figura 18 – Momento de inércia de um Compact Disc (CD)



Fonte: http://www.infoescola.com/mecanica/momento-de-inercia/. Acesso em 16 ago. 2016

28. Determine o momento de Inércia do corpo apresentado na Figura 19, sabendo-se que o comprimento (L) é de 2 metros e a massa é de 15 kg.

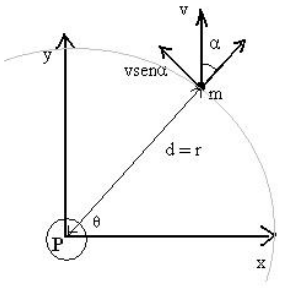
Figura 19 – Momento de Inércia de uma barra delgada



Fonte: https://www.respondeai.com.br/resumos/4/capitulos/1/exercicios/168. Acesso em 16 ago. 2016

29. Que nome recebe a quantidade de movimento associado a um objeto que executa um movimento de rotação em torno de um ponto fixo, conforme mostra a Figura 20, e dado pela equação $\vec{L} = Q\vec{d}\ sen\theta$, ou ainda, $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$.

Figura 20 – Decomposição de forças que agem em um corpo que gira

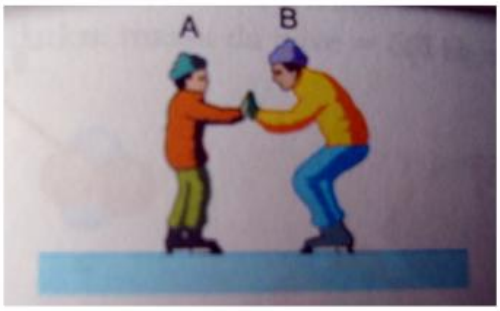


Fonte: http://www.infoescola.com/mecanica/momento-angular/. Acesso em 16 ago. 2016

30. Dois garotos de massa ($M_{garoto\ A}$) e ($M_{garoto\ B}$) empurram-se mutuamente sobre uma superfície com atrito desprezível. De acordo com a Figura 21, ($V_A = V_B = 0$), portanto ($Q_{antes} = 0$). Na sequência da Figura 22, após o empurrão ($Q_{após} = 0$), temos $\left(M_{garoto\ A} * V_A\right) + \left(M_{garoto\ B} * V_B\right) = 0$, logo; $V_A = -\frac{M_{garoto\ B} * V_B}{M_{garoto\ A}}$. Isto representa o quê?

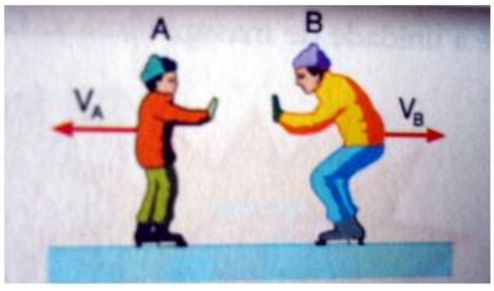
a. Conservação do momento linear.
b. Conservação do momento angular.
c. Quantidade de movimento angular.
d. Quantidade de momento angular

Figura 21 - Dinâmica das rotações 1



Fonte:
http://www.ufjf.br/joaoxxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf
Acesso em: 16 ago. 2016

Figura 22 - Dinâmica das rotações 2



Fonte:
http://www.ufjf.br/joaoxxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf
Acesso em: 16 ago. 2016

31. Qual das figuras abaixo representa:
    a. Quantidade de movimento ($\vec{q} = m * \vec{v}$)
    b. Conservação de energia ($Momento\ Angular \Rightarrow I_i\,\vec{\omega}_i = I_f\,\vec{\omega}_f$)
    c. Momento ou torque ($\vec{\tau} = r \times \vec{F}$)

Figura 23 - Dinâmica das rotações 1

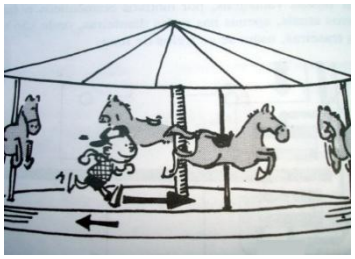


Figura 24 - Dinâmica das rotações 2

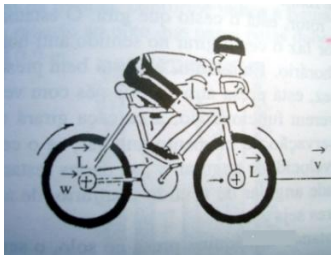
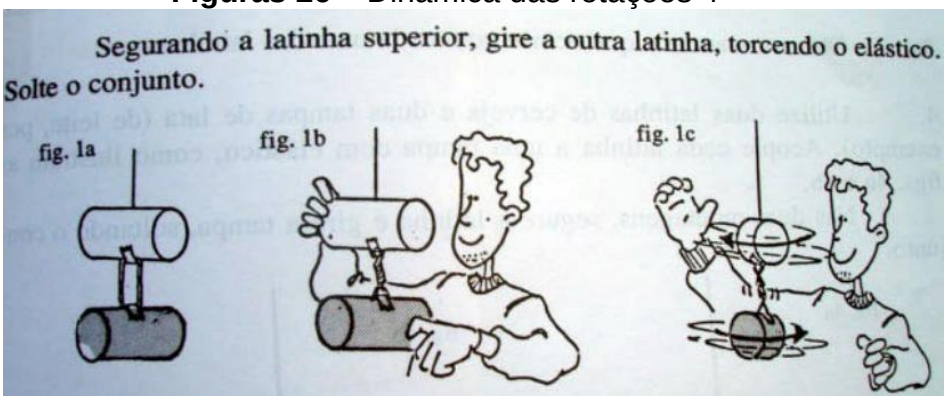


Figura 25 - Dinâmica das rotações 3

Fonte 23, 24 e 25: http://www.ufjf.br/joaoxxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf. Acesso em 16 ago. 2016

32. Considerando $\vec{L} = I\vec{\omega} = \ constante \Rightarrow I_i\,\overrightarrow{\omega_i} = I_f\,\overrightarrow{\omega_f}$, podemos dizer que está sendo apresentado, na figura 26, um modelo de :

Figuras 26 – Dinâmica das rotações 4

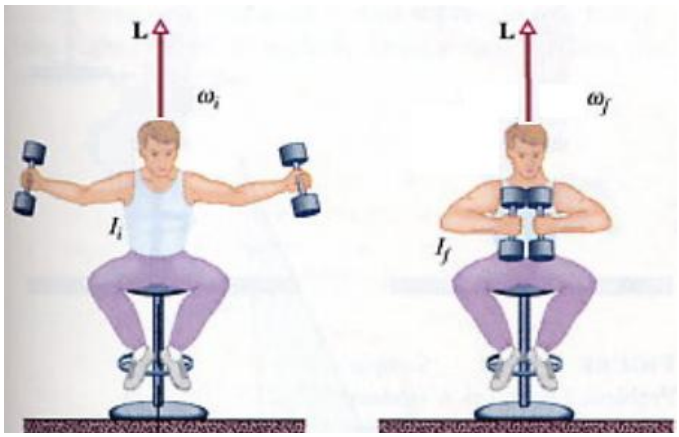


Fonte: http://www.ufjf.br/joaoxxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf

    a. Momento de Inércia
    b. Momento linear
    c. Conservação de energia
    d. Momento angular

33. Considerando a Figura 27, quando o atleta recolhe seus braços, o que acontece com o momento de inércia (I) e com a velocidade angular (ω) ?

Figura 27 - Conservação de energia 1

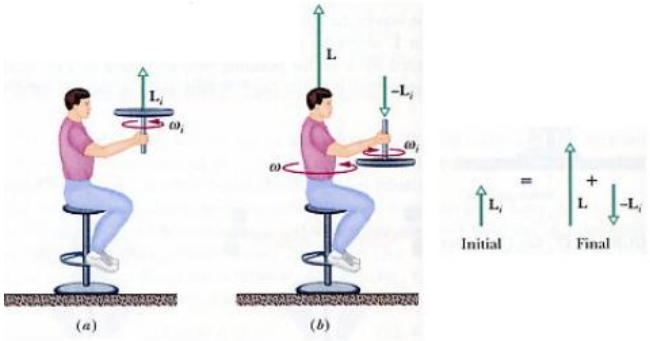


Fonte: http://midia.cmais.com.br/assets/file/original/ (adaptado). Acesso em 16 ago. 2016

34. Dados : $I_{bic} = 1{,}2\ kgm^2$; $I_{tot} = 6{,}8\ kgm^2$; $\omega_{ini} = 3{,}9\ {}^{rot}/_{s}$.

Observando a Figura 28 e considerando a lei de conservação da energia, calcule:

Figura 28 - Conservação de energia 2

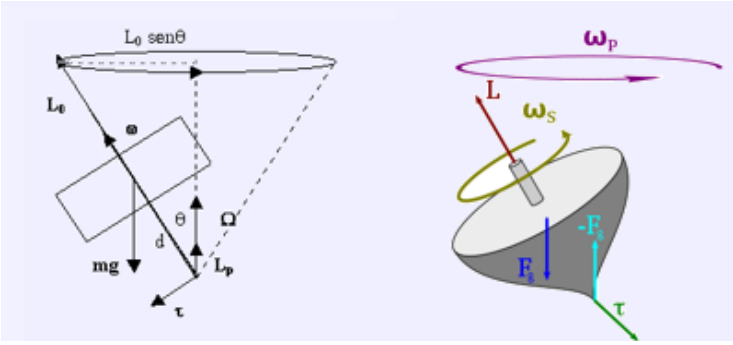


Fonte: http://midia.cmais.com.br/assets/file/original/ (adaptado). Acesso 16 ago. 2016

a. Momento angular inicial do sistema roda de bicicleta + rapaz + banco
b. Momento angular quando o rapaz inverte o sentido de rotação da roda da bicicleta?
c. Momento angular final do sistema?
d. Rotação angular final do sistema?

35. A rotação de um pião que gira, conforme a Figura 29, no plano horizontal é conhecida como precessão giroscópica. Esta frequência de precessão é dada pelo modelo ($\omega_p = \frac{(Mg)r}{I\omega}$), ou seja, ($\omega_p = \frac{\tau}{L}$). Com base nesta colocação, responda às questões abaixo.

Figura 29 - Diagrama de forças no girar de um pião



Fonte:
http://imagem.casadasciencias.org/online/36849199/23_giroscopio-teoria.htm (adaptado). Acesso em 16 ago. 2016

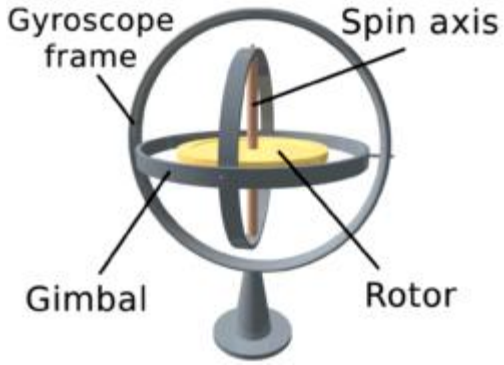
a. O que acontece com a frequência de precessão quando o torque aumenta?
b. O que acontece com a frequência de precessão quando o momento angular aumenta?
c. Como podemos aumentar o momento angular?

36. O período de uma precessão do corpo (peão) apresentado na Figura 29 é dado pela relação $\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} \Rightarrow T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$, ou ainda, $T_p = \frac{4\pi^2 I_s}{mgr\,T_s} = \frac{4\pi^2 I_s}{\tau\,T_s}$, sendo assim o que acontece com o período de precessão se aumentarmos a velocidade do peão?

a. Aumenta o período de precessão do peão.
b. Diminui o período de precessão do peão.
c. Não altera o período de precessão do peão.

37. Qual das partes do instrumento apresentado na Figura 30 é a responsável por prover o momento de inércia do conjunto e, assim, definir o valor do momento angular $\vec{L} = I\vec{\omega} \Rightarrow (m.r^2)\vec{\omega}$?

Figura 30 – Giroscópio padrão



Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroscope. Acesso em 16 ago. 2016

a. Gyroscope frame.
b. Spin axis.
c. Gimbal.
d. Rotor.

1.1.5 GABARITO DO TESTE DE CONHECIMENTO EM FÍSICA

1. a.
2. b.
3. Os componentes de uma circunferência são o raio, o diâmetro e o perímetro.
4. Radiano é a relação expressa pelo comprimento da circunferência e o raio da mesma.
5. $2 * \pi * r$, em que r é o raio da circunferência.
6. Resposta de caráter individual.
7. A massa relativística aumenta com o aumento da velocidade.
8. Ocorre um aumento da força de atração (F) entre os corpos.
9. Seu peso será menor.
10. I-Trajetória linear e II trajetória circular.
11. $180°$ corresponde a $\pi\, rad$.
12. Linear, circular.
13. $v = \omega r \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{t} \rightarrow v = \frac{2\pi}{t} r \rightarrow v = \frac{6{,}28}{24h}.6378km \rightarrow v = 1669\ {}^{km}/_{hr}$
14. $\omega = f * 60 = 468\, rpm \rightarrow \omega = 2\pi f = 49\, {}^{rad}/_{s}$
15. $F = \frac{1320\, rpm}{60} = 22Hz \rightarrow T = \frac{1}{F} = 45ms$
16. $\omega = 2\,\pi\,.f = 2\,\pi\,.\frac{1740\, rpm}{60} = 182{,}21\ {}^{rad}/_{s} \rightarrow v = \omega r = 182{,}2 * 1{,}2 = 218{,}65\, {}^{m}/_{s} \rightarrow v = 218{,}65 * 3600 = 787{,}15\ {}^{km}/_{hr}$
17. $\omega = 2\,\pi\,.f \rightarrow 2\,\pi\,.\frac{2400\, rpm}{60}\ {}^{rad}/_{s} \rightarrow \omega = 251{,}3\ {}^{rad}/_{s}$
18. $v = \omega r \rightarrow \omega = 2\,\pi\,.f \rightarrow v = 2\,\pi\,.f.r = 2\,\pi\,.\frac{1900\, rpm}{60}\,.\,0{,}04m = 7{,}958\frac{m}{s}, ou\ 480\frac{m}{m}$
19. $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{{}^{\pi}/_{2}}{6} = \frac{\pi}{2}.\frac{1}{6} = \frac{\pi}{12} = 0{,}262\, {}^{rad}/_{s}\ \ ou\, 15\, {}^{°}/_{s}$
20. As alternativas “b” e “e” estão corretas.
21. A alternativa correta é a “a”.
22. As alternativas “a” e “c” são falsas.

23.

$$\tau = F * r * sen\theta = \quad \rightarrow \quad 25Nm = F * 0{,}15 * 1 \quad \rightarrow \quad F = {}^{25Nm}/_{0{,}15m} \rightarrow \quad F = 166N\ (16{,}6Kgf)$$

24. A alternativa correta é a “c” .

25. $I = M * R^2 \quad \rightarrow \quad 5 * 3^2 \quad \rightarrow \quad 45kgm^2$

26. $I = \frac{1}{2} * M * R^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} * 0{,}02 * (0{,}8)^2 \quad \rightarrow \quad 0{,}08kgm^2$

27. $I = {}^{1}/_{12} * M * L^2 \quad \rightarrow \quad {}^{1}/_{12} * 15 * 4^2 \quad \rightarrow \quad 5kgm^2$

28. Momento angular.

29. A alternativa correta é “a”.

30. Figura 24 = a ; Figura 23 = a ; Figura 25 = c .

31. A alternativa correta é a “c”.

32. O momento de inércia diminui e a velocidade angular aumenta.

33. Respostas:

a.

b. $L_{ini} = L_{bic} = I_{bic} * \omega_{ini} \quad \Rightarrow \quad 1{,}2\ kgm^2 * 3{,}9\ {}^{rot}/_{s} \quad \Rightarrow L_{ini} = 4{,}68\ kgm^2s^{-1}\ onde\ s^{-1} = {}^{rad}/_{s}\ L_{bic} = -L_{ini} = -4{,}68\ kgm^2s^{-1}\ onde\ s^{-1} = {}^{rad}/_{s}$

c. $L_{fin} = L_{bic} + L_{rapaz} = \boldsymbol{L_{rapaz} - L_{ini}}$

$Considerando\ a\ Conservação\ momento\ angular, então:$

$L_{fin} = L_{ini} \Rightarrow L_{rapaz} - L_{ini} = L_{ini} \Rightarrow L_{rapaz} = 2L_{ini}$

d. $L = I * \omega \Rightarrow I_{tot} * \omega = 2 * I_{bic} * \omega_{ini} \Rightarrow \omega = \frac{2 * I_{bic} * \omega_{ini}}{I_{tot}} = 1{,}4\ {}^{rot}/_{s}$

34. Respostas.

a. A frequência de precessão aumenta.

b. A frequência de precessão diminui.

c. Aumentando-se a velocidade angular do corpo que gira (peão).

35. A alternativa correta é a “a” .

36. A alternativa correta é a “d”.

1.1.6 Distribuição da apostila

Neste momento, devem ser entregues as apostilas e comentados seus objetivos.

1.2 Desenvolvimento do segundo encontro

1.2.1 Objetivos

a. Aula teórica
   i. Velocidade Linear
   ii. Radiano
   iii. Velocidade Angular

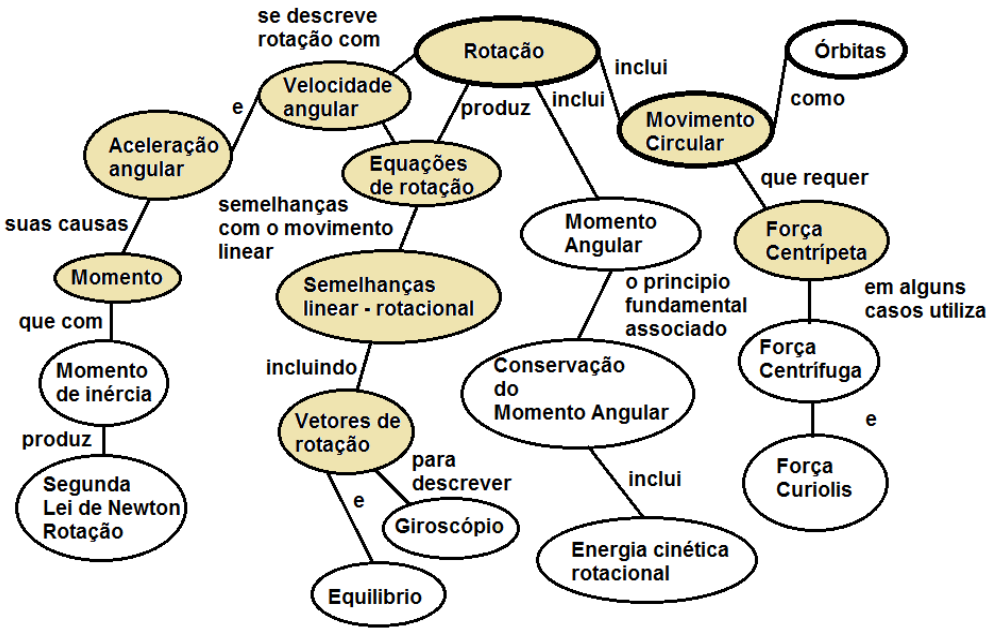
b. Aula prática - Experimentos
   i. Hélice, Trena, Protactor e Tacômetro óptico
      1. Velocidade linear
      2. Velocidade angular

1.2.2 Aula teórica sobre velocidade linear, radiano e velocidade angular

Fazendo uso do MI, abordar os capítulos; 1. Introdução, 2. Relacionando variáveis lineares e angulares, 2.1.Posição, 2.2.Velocidade e 2.3. Aceleração, e, em seguida, realizar os exercícios propostos nos respectivos capítulos. Desta maneira, os assuntos velocidade linear, radiano e velocidade angular serão abordados, dando condições para a sequência de experimentos que serão praticados.

Na sequência, provocar discussão, junto ao grupo de alunos, com base no mapa conceitual da Figura 31:

Figura 31 : Mapa conceitual para Rotação



Fonte: o autor

1.2.3 Aula prática – Experimento 01

Este experimento envolve o uso de uma hélice (Figura 32), uma trena e um protactor (figura 34) ou inclinômetro. Neste experimento, abordaremos dois assuntos, quais sejam: velocidade linear e velocidade angular. Esta aula deverá ser realizada em um dos laboratórios do Hangar.

Figura 32: Experiência 01 - Hélice instalada na aeronave

Fonte: http://papodehangar.blogspot.com.br/

Figura 33: Experiência 01 - Pá da hélice já dividida em 03 estações de igual comprimento.

Fonte: o autor

A hélice deverá ter uma de suas pás divididas em 03 seções, devidamente identificadas com fita crepe, como mostrado na figura 33. Nestas seções deverá ser realizada a medição do ângulo de incidência com o protactor ou inclinômetro, como mostrado nas figuras 34 e 35. Em seguida, deverá ser solicitado aos alunos, preferencialmente divididos em grupos, que calculem a velocidade linear em cada uma das seções para uma dada velocidade angular, conforme mostrado na figura 36, sendo que esta velocidade angular deverá ser obtida em manuais, disponíveis na *internet*, que tratam, de alguma maneira, das características da hélice utilizada no experimento.

Figura 34: Experiência 01 - Protactor ou medidor de nível angular.

Fonte: o autor

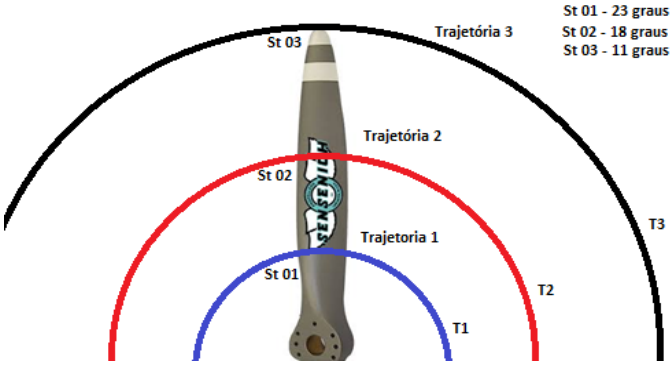
Figura 35: Experiência 01 - Medição do grau de incidência da pá em cada uma das estações usando o protactor.

Fonte: o autor

Ainda aproveitando este momento, deve ser solicitado aos alunos que determinem, para a velocidade angular definida, quais são os valores de frequência e período.

A ideia central deste experimento é dividir uma das pás da hélice em 03 seções de igual comprimento, conhecidas como estações (St - station), sendo estas: estação 01 (St_{01}), estação 02 (St_{02}) e estação 03 (St_{03}). Para tanto, usaremos uma fita adesiva de papel (fita crepe), que será colada à superfície da hélice, conhecida como extradorso, e, sobre esta fita, com o auxílio de uma trena (em metros) e uma caneta para marcação, realizaremos a divisão e a marcação de três partes iguais.

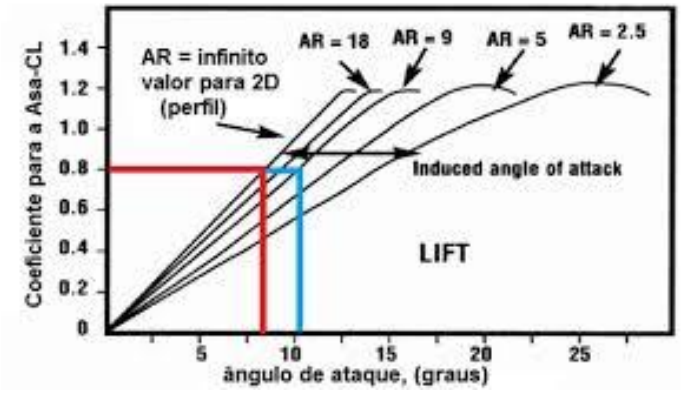
Figura 36: Experiência 01 - Experimento proposto para o cálculo da velocidade linear



Fonte: o autor

Os alunos deverão pesquisar, na *Internet*, gráficos que apresentem o comportamento do coeficiente de sustentação de um aerofólio, conforme o exemplo apresentado na figura 37, e, a partir de um destes gráficos, deverão elaborar um texto simples que explique a razão da variação do ângulo de incidência da hélice ao longo de seu comprimento.

Figura 37: Experiência 01 - Variação do C_L para mudanças do ângulo de ataque.



Fonte: o autor

Neste caso em particular vamos considerar o ângulo de incidência = ângulo de ataque

Em seguida, observando todos os procedimentos do SGSO (Sistema de Gerenciamento da Segurança Operacional), deverá ser realizado o acionamento do motor da aeronave equipada com a mesma hélice, já devidamente marcada com a fita crepe em suas três seções, e, com a utilização do tacômetro óptico, deverá ser realizada a medição da velocidade angular em cada uma das três seções ou trajetórias, de forma a comprovar que, de fato, a velocidade angular é constante.

Figura 38: Experiência 01 - Tacômetro óptico utilizado na medição

Fonte: o autor

Figura 39: Experiência 01 - Realizando a medição da velocidade angular da hélice.

Fonte: o autor

Este procedimento tem como objetivo apresentar a ferramenta de medição de rotação, o princípio de leitura óptica e a velocidade angular constante em qualquer uma das trajetórias.

1.3 Desenvolvimento do terceiro encontro

1.3.1 Objetivos

a. Aula teórica
   i. Translação e rotação
   ii. Braço de uma alavanca
   iii. Força aplicada

b. Aula prática - Experimentos 02 e 03
   i. Torquímetro de estalo e torquímetro de vara e balança de peixeiro
      1. Torque ou momento
   ii. Hélice, balança de peixeiro
      1. Torque ou momento

1.3.2 Aula teórica sobre translação, rotação e torque

Sugere-se que seja abordado o capítulo 3 da apostila: Torque. Na sequência, devem ser resolvidos os exercícios propostos no capítulo. Desta forma, os assuntos: translação, rotação, braço de alavanca, força aplicada e torque serão abordados, dando condições para a sequência de experimentos que serão praticados.

Em seguida, deve ser provocada a discussão, junto ao grupo de alunos, sobre a Figura 40:

Figura 40 : Torque

Fonte: o autor

1.3.3 Aula prática – Experimento 02 e 03

Antes de iniciar a prática de experimentos, o professor deverá utilizar o programa de simulação da empresa *PHET Interactive Simulations* (Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/torque - figura 42) para que os alunos possam experimentar a variação dos valores de forma dinâmica.

Figura 41: Matematização a ser discutida nos experimentos 02 e 03

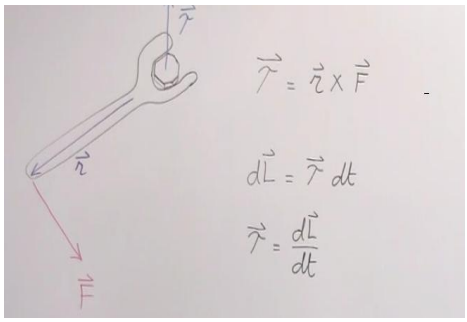
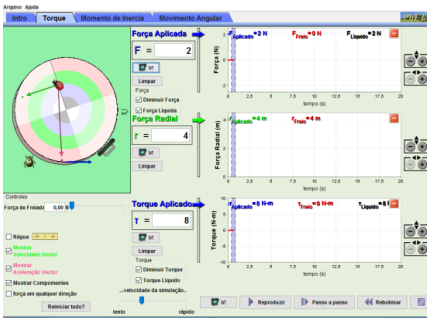


Figura 42 : Tela da Aba de Simulação de Torque do Simulador de Torque da PHET



Fonte figuras 41 e 42: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/torque. Acesso 16 ago. 2016

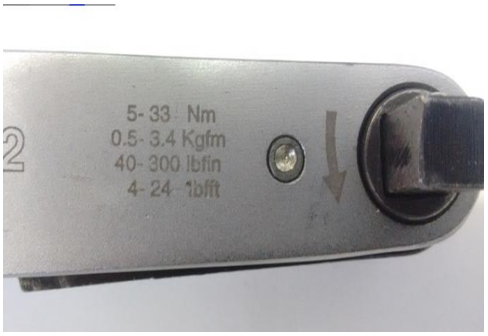
O professor deverá, para tal feito, utilizar o projetor multimídia. Na apresentação, deve ser demonstrado o funcionamento do aplicativo, evidenciando claramente como operá-lo.

Após realizada a explicação sobre o funcionamento do *software*, a sugestão é dividir os alunos em grupos de, no máximo, 04 elementos. Além disso, deve-se pedir para que os alunos sugiram mudanças nos controles do aplicativo. Outra sugestão é, no momento da mudança nos controles, pedir para que os alunos antecipem os resultados dos gráficos e imagem resultantes da mudança nos comandos do aplicativo.

Figura 43 : Experiência 02. Encaixando o soquete de $3/8$" do Torquímetro de estalo no parafuso do conjunto da hélice

Fonte: o autor

Figura 44 : Faixa de medição disponível no torquímetro $de\ 0{,}5\ a\ 3{,}4\ Kgfm$



Fonte: o autor

Outro quesito importante para ser explorado neste experimento é a apresentação de ferramentas que serão utilizadas durante os trabalhos de manutenção nas aeronaves, como o apresentado através das figuras 43 e 44, por exemplo: chaves fixas, combinadas, cabos de força, etc.

A Experiência 02 fará uso de um torquímetro de estalo e uma balança de peixeiro (Figura 45 e 46), também conhecida como dinamômetro. Assim, deve ser apresentada aos alunos a ferramenta “Torquímetro de Estalo”. Além disso, devem ser discutidos o manuseio e funcionalidades da ferramenta, conforme sugere a figura 41. Em seguida, o professor deve lançar mão de um parafuso, que prende o conjunto de controle do passo da hélice ao motor convencional (ou qualquer outro parafuso que possa ter uma prática semelhante), para realizar a instalação do soquete do

torquímetro adequado a este parafuso, a fim de aplicar o torque de aperto especificado pelo fabricante do conjunto, ou da aeronave.

Figura 45 : Balança de mola conhecida também como balança de peixeiro

Fonte: o autor

Figura 46 : Faixa de medição disponível na balança de peixeiro de 1 à $11 kgf$

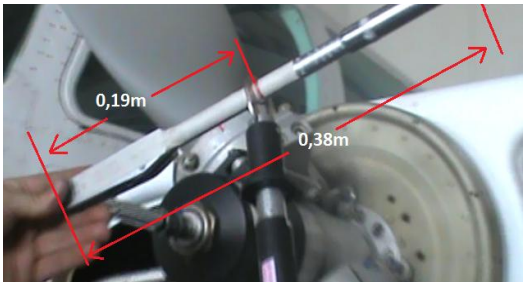
Fonte: o autor

Estes últimos dados serão importantes para os alunos, pois eles serão orientados a como consegui-los nos *sites* dos fabricantes ou em outros sítios de confiança na *internet.*

Figura 47 : Experiência 02. Calibrando o torquímetro par a $1\ kgfm$

Fonte: o autor

Figura 48 : Experiência 02. O braço do torquímetro foi dividido em duas seções. St_{01} de $0{,}19m$ e a St_{02} de 0,38m



Fonte: o autor

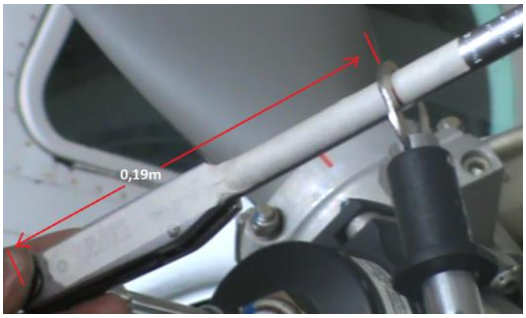
Deve ser salientada aos alunos, neste momento, a possibilidade de utilização de diferentes unidades de medida para o mesmo fim, dependendo do sistema utilizado, situação muito comum no dia a dia do mecânico, pois, ora encontram-se especificações em *kg.f.m,* ora em *lb.ft.inch*. Assim, a fim de prepará-los para estas adversidades, pode-se solicitar aos alunos que façam transformações de sistemas de unidade utilizando-se de *sites* da *internet*, por exemplo.

Com o valor do torque a ser aplicado já conhecido e sendo este compatível com a faixa de torque da ferramenta a ser utilizada, deve ser proposto aos alunos, novamente divididos em grupos, a realização da medição do tamanho do braço do torquímetro a ser utilizado, como sugerem as figuras 47 e 48. Com este valor os alunos devem realizar o cálculo da força a ser aplicada para alcançar o valor do torque requerido pelo fabricante.

Figura 49 : Experiência 02. Aplicando a força de $5{,}2kgf$ no braço do torquímetro (St_{01}) de $0{,}19m$ calculado pelos alunos

Fonte: o autor

Figura 50: Experiência 02. Detalhe da aplicação de forca de $5{,}2kgf$ sendo medido com a balança de peixeiro



Fonte: o autor

A partir do resultado e utilizando a “balança de peixeiro” deve ser solicitado aos alunos que verifiquem o aperto, como sugerem as figuras 49 e 50. É possível propor variações no braço do torquímetro para que fique bem evidente a questão do aumento ou da diminuição da força a ser aplicada.

A Experiência 03 fará uso de um torquímetro de vara (figura 51) e uma “balança de peixeiro”, também conhecida como dinamômetro. Para tanto, deve ser apresentada aos alunos a ferramenta Torquímetro de Vara, explicando, com detalhes, seu funcionamento e forma de uso.

Figura 51 – Torquímetro de vara

Fonte: o autor

No experimento 03, os alunos realizarão um procedimento de inspeção preventiva estabelecido pelo fabricante da aeronave que consiste em verificar o torque de aperto da hélice à flange do eixo virabrequim do motor convencional a pistão. Assim, de início, o professor deve apresentar, por meio do Manual do Fabricante (Figura 52), o processo de manutenção preventiva a ser aplicado, discuti-lo e colocá-lo em prática no hangar.

Figura 52 - Torque de aperto dos parafusos da hélice Sensenich de acordo com o manual do fabricante

ATTACHING BOLT DIAMETER	RECOMMENDED WRENCH TORQUE
3/8 inch	23 to 25 lb-ft (280 to 300 lb-in) (31.6 to 33.9 newton-meters)
7/16 inch	40 to 45 lb-ft (480 to 540 lb-in) (54.2 to 61.0 newton-meters)
1/2 inch	60 to 65 lb-ft (720 to 780 lb-in) (81.3 to 88.1 newton-meters)

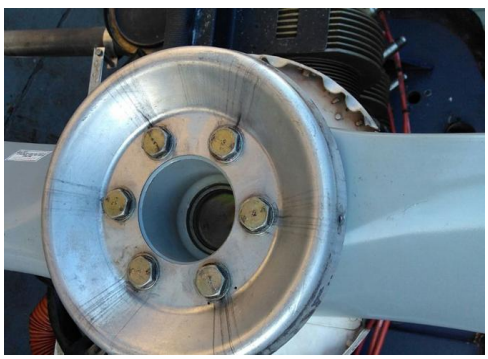
Fonte: Manual do fabricante da Hélice Sensenich

O professor deverá ter acesso aos parafusos que prendem a hélice à flange do motor convencional, como mostrado nas figuras 53 e 54, instalando o soquete do torquímetro de vara adequado a este parafuso para aplicar o torque de aperto especificado pelo fabricante da hélice ou da aeronave.

Figura 53: Experiência 03. Aeronave onde será realizado o procedimento técnico

Fonte: o autor

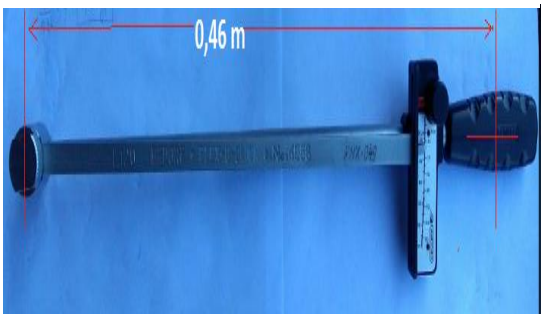
Figura 54: Experiência 03. Detalhe dos parafusos que prendem a hélice à flange do motor



Fonte: o autor

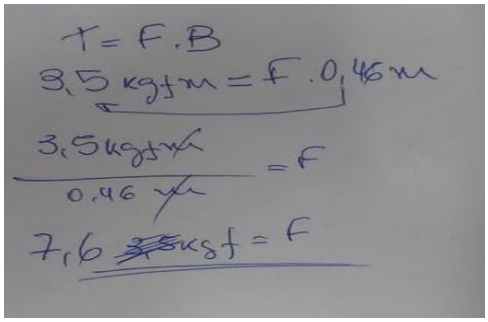
Com o valor do torque a ser aplicado já conhecido e sendo este compatível com a faixa de torque da ferramenta a ser utilizada, deve ser proposta aos alunos, novamente divididos em grupos, a realização da medição do tamanho do braço do torquímetro a ser utilizado (Figuras 55 e 56). A partir deste valor, os alunos devem fazer o cálculo da força a ser aplicada para alcançar o valor do torque requerido pelo fabricante.

Figura 55: Experiência 03. Detalhe da medida do braço do torquímetro de vara



Fonte: o autor

Figura 56: Experiência 03. Rascunho da matematização feita por um grupo de alunos



Fonte: o autor

Os alunos, neste momento do experimento, devem constatar que, quando aplicada a força calculada com base no braço do torquímetro medido, é possível alcançar, no torquímetro de vara, o valor definido no manual do fabricante, constatando, assim, que o torque aplicado está correto.

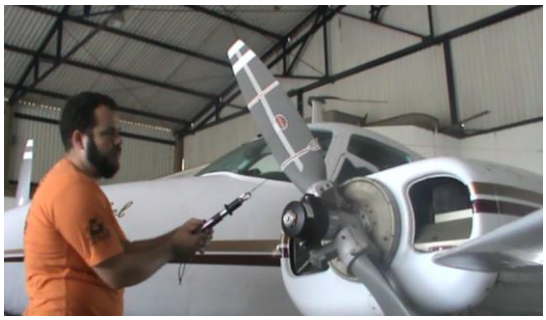
Ao final, a prática dos experimentos 02 e 03, conforme figuras 57 e 58, que fazem uso do torquímetro, deve servir para comprovar que a parte teórica está adequada. Os alunos devem ser deixados à vontade nos experimentos, sem que haja a preocupação com danos às aeronaves para os casos de erro ou manuseio errado das ferramentas.

Estes experimentos (2 e 3) são contundentes para evidenciarmos para os alunos que, ainda que as ferramentas necessárias não estejam disponíveis, é possível realizar os trabalhos solicitados, mesmo que de forma rudimentar.

Figura 57: Experiência 03A. Outras medições realizadas pelos alunos. Divisão da pá em seções St01 e St02 ou braços.

Fonte: o autor

Figura 58 : Experiência 03A. Outras medições realizadas pelos alunos. Medição do torque necessário para girar a hélice em função do braço St01 e St02



Fonte: o autor

Além disso, estes experimentos (2 e 3), contribuem para a fixação de conhecimentos teóricos (apresentados em sala de aula e por meio do simulador virtual) e também para a apresentação de ferramentas de medição conhecidas como torquímetro, balança de mola e dinamômetro. Ademais, nestes experimentos são aplicados muitos conceitos da física que envolvem as atividades diárias de um técnico de manutenção de aeronaves em célula.

1.4 Desenvolvimento do quarto encontro

1.4.1 Objetivos

a. Aula teórica
   i. Centro de massa
   ii. Formas geométricas e seus momentos de inércia
   iii. Momento angular
   iv. Precessão giroscópica

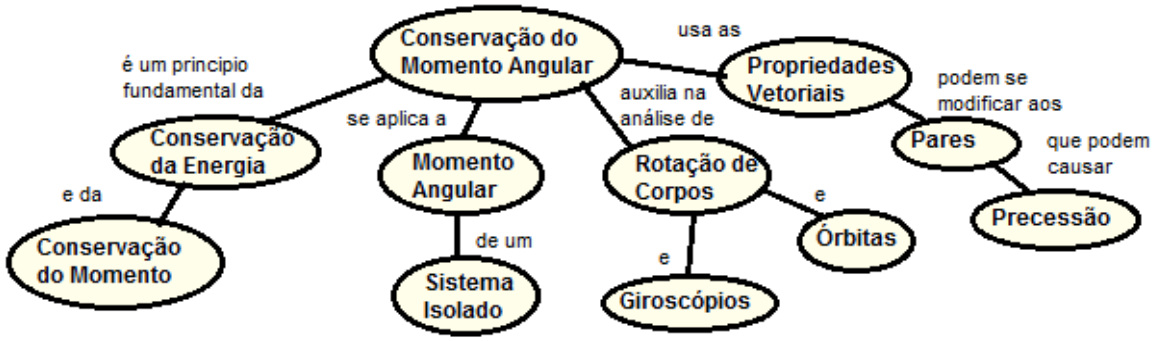
b. Aula prática - Experimentos
   i. Roda de bicicleta
      1. Giroscópio
      2. Momento de inércia
      3. Precessão giroscópica

1.4.2 Aula teórica sobre: momento de inércia, giroscópio, momento angular e precessão giroscópica

Sugere-se que sejam abordados os capítulos: 2.4. Momento linear, Momento de inércia e 4. Momento angular. Na sequência, os exercícios propostos no capítulo devem ser resolvidos. Nesta aula, os assuntos giroscópio e precessão giroscópica serão abordados, dando condições para a sequência de experimentos que serão praticados.

Inicialmente deve ser provocada a discussão da Figura 59:

Figura 59: Conservação do momento angular

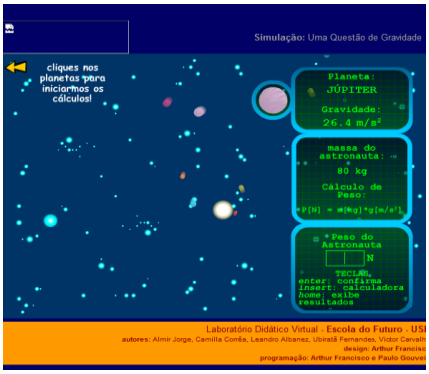


Fonte: o autor

1.4.3 Aula prática – Experimento 04

Antes de iniciar as atividades do experimento 04, deve ser apresentado aos alunos, através de um projetor de multimídia, o simulador digital desenvolvido pelo Laboratório Didático Virtual da Escola do Futuro da USP, cujo nome é “Uma Questão de Gravidade” (figura 60). Com este simulador pretende-se evidenciar a diferença entre as grandezas massa e peso.

Figura 60 – Simulador na forma de um jogo para ensinar o que é o peso e o que é a massa e qual o papel da gravidade no universo



Fonte: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/4858/sim_fis_questaogravidade.htm?sequence=4. Acesso 16 ago. 2016

O experimento 04 envolve os equipamentos: tacômetro óptico (figura 61), balança de precisão (figura 62), roda de bicicleta e motor elétrico.

Figura 61 : Experiência 04. Tacômetro óptico utilizado para medir a rotação

Fonte: o autor

Figura 62: Experiência 04. Balança de precisão

Fonte: o autor

O tacômetro, apresentado na figura 61, realizará as medições de velocidade angular tanto por contato, como pelo princípio óptico. Já as medições de velocidade linear são realizadas apenas por contato. Este instrumento será utilizado em várias situações para obter parâmetros a serem aplicados nos cálculos.

A balança de precisão (figura 62) com fundo de escala de $4kgf$ será necessária para que os alunos possam estabelecer a massa dos materiais envolvidos e o avaliar o comportamento desta nos experimentos.

Figura 63 : Experiência 04. Motor elétrico AC de $3570RPM$, utilizado para acelerar a roda da bicicleta

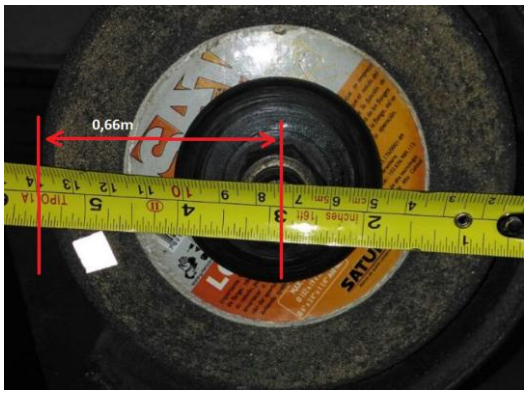
Fonte: o autor

Figura 64: Experiência 04. Pedal utilizado para ligar e desligar o motor elétrico

Fonte: o autor

O motor elétrico de indução, apresentado na figura 63, será utilizado como forma de acelerar o corpo em prova – neste caso, a roda da bicicleta. O acionamento do motor será feito com um pedal pulsante, conforme exposto na figura 64, de modo a diminuir o escorregamento quando colocado o pneu da roda de bicicleta em contato com a superfície de seu rebolo.

Figura 65: Experiência 04. Medida do raio do rebolo, $0{,}66m$, que irá acelerar a roda da bicicleta



Fonte: o autor

Figura 66: Experiência 04. Detalhe da película reflexiva que irá ser utilizada para aa medição da rpm com o tacômetro óptico

Fonte: o autor

Os alunos deverão realizar o levantamento de dados do motor elétrico para determinar os parâmetros necessários para o experimento 04, de acordo com as figuras 65 e 66. Os dados são: velocidade angular do rebolo em $\boldsymbol{rpm}$, medida com o

tacômetro no modo óptico ou no modo de contato, conforme apresentado nas figuras 67 e 68, e o raio do rebolo em $\boldsymbol{m}$, medido com uma trena. Além disso, os alunos deverão calcular a velocidade linear do rebolo conforme exposto na equação abaixo:

$$V_{Linear\ Rebolo} = \omega_{Rebolo}(rpm) * r_{Rebolo}(m)$$

Figura 67 : Experiência 04. Medida da velocidade angular, $3574rpm$, do rebolo de aceleração da roda da bicicleta, com o tacômetro óptico

Fonte: o autor

Figura 68: Experiência 04. Detalhe da medida de velocidade angular, $3546\ rpm$, do rebolo de aceleração da roda de bicicleta, com o tacômetro por contato.

Fonte: o autor

Os alunos deverão, ainda, trabalhar com os valores de medidas referentes aos parâmetros relevantes da roda de bicicleta. Para tanto, as informações acerca da roda da bicicleta, conforme as figuras 69 e 70, devem ser buscadas na *internet,* nos manuais dos fabricantes de bicicletas e de rodas para bicicletas. Com esta pesquisa os alunos entenderão o funcionamento do padrão de identificação internacional destes parâmetros e poderão interpretar as informações da roda, além de outras disponíveis na banda lateral do pneu.

Figura 69: Experiência 04. Roda da bicicleta com detalhe da película reflexiva para medição da rotação pelo tacômetro óptico

Fonte: o autor

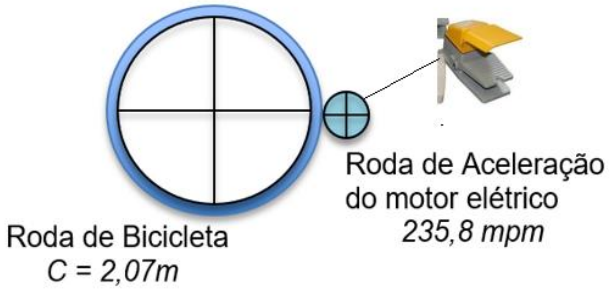
Figura 70: Experiência 04. Diâmetro da roda da bicicleta de 26” impresso em alto relevo no pneu da bicicleta.

Fonte: o autor

Com as informações obtidas nos passos anteriores, deverá ser delegado aos alunos o cálculo do comprimento da circunferência da roda de bicicleta, conforme exposto na equação abaixo:

$$C_{Roda\ Bicicleta} = 2 * \pi * r_{Bicicleta}(m)$$

Figura 71 – Diagrama do processo de aceleração da roda de bicicleta



Fonte: o autor

Além disso, os alunos deverão calcular a máxima velocidade angular da roda da bicicleta quando ela estiver em contato com a roda de aceleração do motor elétrico (rebolo), conforme apresentado pela figura 71 . O motor, por sua vez, deve estar em

rotação máxima, determinada em procedimento anterior. Para o cálculo da velocidade angular os alunos devem utilizar a equação abaixo:

$$Vangular_{Roda\ Bicicleta} = \frac{Vlinear_{Rebolo}}{C_{Roda\ Bicicleta}}$$

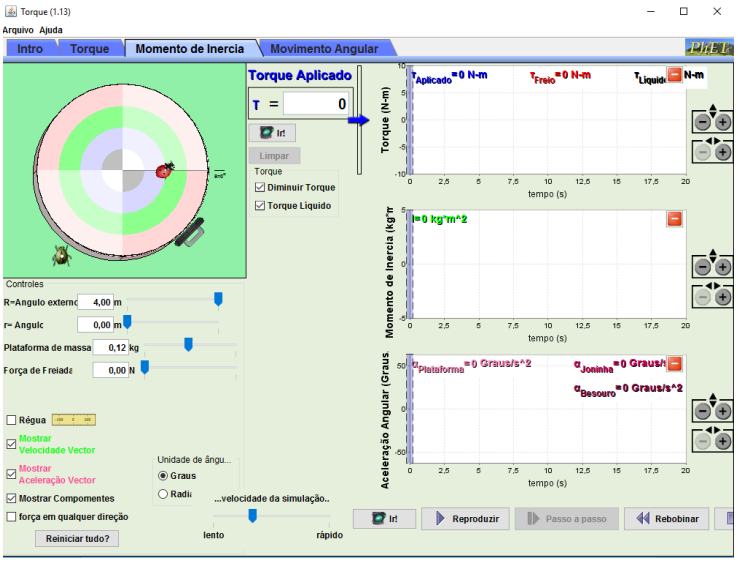
Nesta etapa do procedimento é possível que os alunos processem todas as informações recebidas para poderem calcular o momento de inércia da roda de bicicleta para as condições nominais. Poderá, com base nas informações contidas no MI, ser definida a utilização do modelo matemático para o cálculo de momento de inércia em corpos de anel fino que giram em torno de um eixo central, isto porque este é o modelo que mais se assemelha à roda de bicicleta. Na equação abaixo, vamos o cálculo do momento de inércia da roda de bicicleta:

$$I_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta} * {r^2}_{Roda\ Bicicleta}$$

Após este cálculo, é interessante suscitar a discussão com os alunos sobre qual a influência da velocidade angular, ou rotação, no momento de inércia da roda de bicicleta. Essa discussão deve clarear o fato de que a influência da velocidade angular se dá apenas devido à geometria do corpo, à distribuição de sua massa (considerada simétrica em toda a sua extensão) e à distância entre a massa e o centro de sua rotação.

Para auxiliar na compreensão do conteúdo e para que os alunos possam realizar o experimento com outros valores de massa do corpo e raio, uma vez que a roda de bicicleta não permite a mudança destes parâmetros tão facilmente, deve ser apresentado novamente o simulador “PHET *Interactive Simulations*” (Figura 72). Com o uso do *software*, os alunos poderão fazer a mudança dos parâmetros de massa e de raio livremente.

Figura 72 – Simulador PHET para momento de inércia



Fonte: o autor

Na sequência das discussões praticadas pelos alunos neste encontro, deverá ser encaminhado pelos mesmos os resultados obtidos na aplicação do cálculo do momento de inércia, de acordo com a equação abaixo:

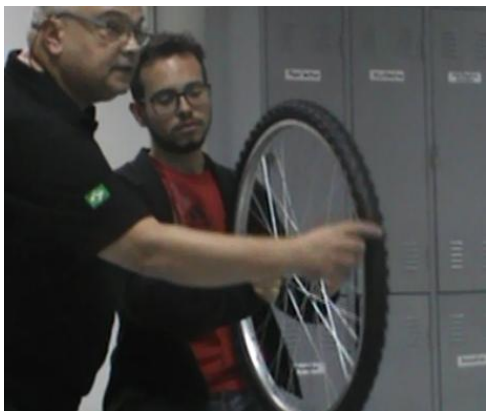
$$L_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta}\ (kg) * (r_{Roda\ Bicicleta})(m)^2 * \omega_{Roda\ Bicicleta}$$

Deve ser salientado aos alunos que a unidade de medida para o momento angular, no Sistema Internacional (SI), é o $(^{kgm^2}/_{s})$. Assim, o professor deve destacar que a massa da roda de bicicleta está na unidade compatível, ou seja, em (kg). O mesmo acontece com o raio da roda da bicicleta, que está em (m). Assim, os alunos perceberão incompatibilidade na velocidade angular, uma vez que, em razão dos equipamentos de medição utilizados, ela estará sendo tratada em (rpm), enquanto de acordo com o modelo matemático do SI, este valor deveria estar em $^{rad}/_{s}$.

Assim que os alunos entenderem a problemática, estes deverão realizar a conversão da unidade (rpm) para a unidade $(^{rad}/_{s})$, usando o modelo:

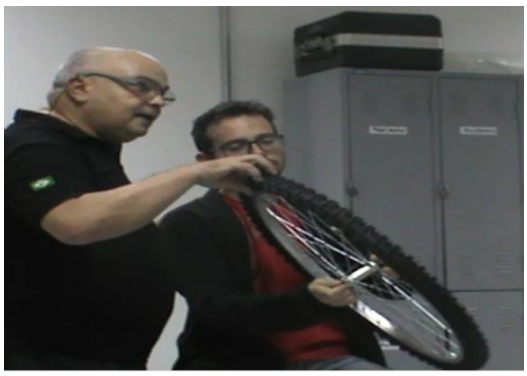
$$1\ rpm = \frac{2\pi}{60} * \frac{rad}{s}$$

Figura 73: Experiência 04. Demonstrando o eixo de rotação do corpo.



Fonte: o autor

Figura 74: Experiência 04. Demonstração da rotação do corpo como um todo em torno do eixo x



Fonte: o autor

Deve ser demonstrado aos alunos, como apresentam as figuras 73 e 74, com a roda de bicicleta sem rotação, ou seja, ($V_{Angular} = 0\,rpm$) e, portanto, ($L_{Roda\ Bicicleta} = 0\,\frac{kgm^2}{s}$) , a rotação do plano da roda sobre os eixos imaginários x e y , salientado aos alunos que não houve, para movimentar a roda nestes dois eixos, nenhum tipo de dificuldade ou reação ao movimento provocado. Em seguida, deve ser acelerada a roda de bicicleta, no sentido do relógio (CW), por meio da utilização do motor elétrico, até a velocidade angular de $X\,rpm$, ou seja, $Y\ {}^{rad}/_{s}$.

Figura 75: Experiência 04. Demonstração da rotação do corpo como um todo em torno do eixo y

Fonte: o autor

Figura 76: Experiência 04. Aplicado rotação na roda de bicicleta, ou seja, a velocidade angular é de $113{,}9\,rpm$

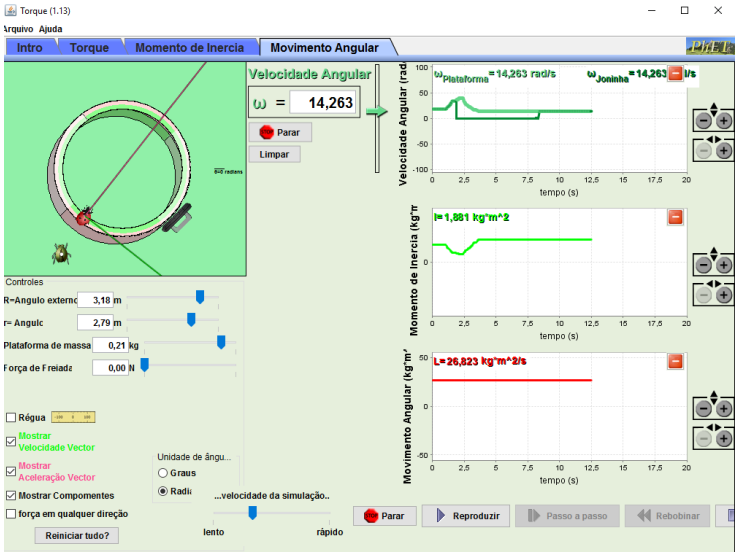
Fonte: autor

O próximo passo é solicitar ao aluno que estiver segurando a roda de bicicleta, agora em movimento, que tente provocar uma mudança no eixo x. Ao tentar, o aluno perceberá que a roda de bicicleta reage a esta tentativa de mudança, fato este que

não acontecia quando parada e ($L_{Roda\ Bicicleta} = 0 \frac{kgm^2}{s}$). Esta é uma boa demonstração do efeito giroscópico e do momento de inércia, ou seja, da tendência do corpo querer permanecer em sua trajetória.

Na continuidade, o professor pode sugerir aos alunos que experimentem outros valores menores de velocidade angular, uma vez que esta situação é possível a partir do uso modulado do acelerador do motor elétrico. Ao fazer este experimento, os alunos poderão confirmar que a reação também diminuirá.

Figura 77 – Simulador PHET para momento angular



Fonte: o autor

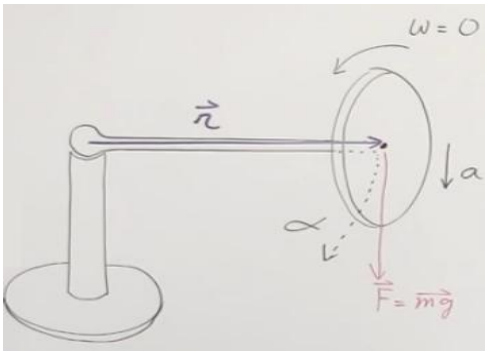
Na sequência do experimento 04, a fim de envolver os alunos nos estudos, o professor pode sugerir a alteração da massa ou do raio da roda de bicicleta, com base no uso do simulador PHET, apresentado na figura 77. Assim, os alunos poderão alterar os parâmetros do momento de inércia e evidenciar a mudança da reação da roda de bicicleta na aplicação da mudança do movimento.

1.4.4 Aula prática – Experimento 05

Ainda neste quarto encontro, o professor deve realizar o experimento 05 envolvendo os equipamentos: tacômetro óptico, balança de precisão, roda de bicicleta

com suporte de nylon em suas extremidades do eixo de rotação e um cordão puxador em uma das extremidades do suporte de nylon, e motor elétrico.

Figura 78: Experiência 05. Rascunho demonstrando a rotação do corpo em razão exclusiva do torque produzido pelo seu peso



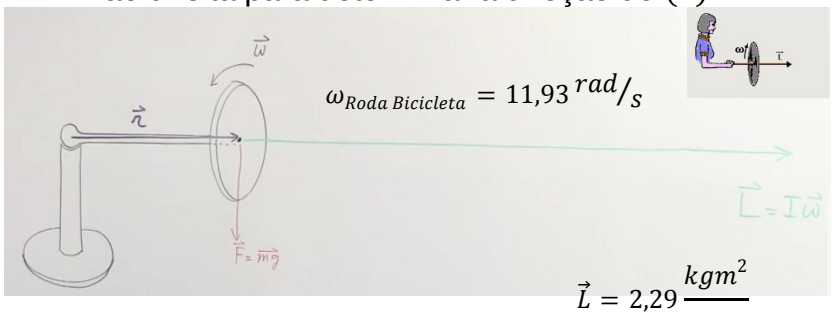
Fonte: o autor

Figura 79: Experiência 05

Fonte: o autor

Após uma rápida discussão sobre o modelo matemático apresentado na Figura 78, deverá ser solicitado ao aluno que participará do experimento que segure a roda de bicicleta pelo cordão de sustentação, preso a uma das extremidades do seu eixo, enquanto, com a outra mão, apoie a outra extremidade, equilibrando, assim, a roda suspensa no ar, conforme apresentado na Figura 79.

Figura 80: Experiência 05. Demonstração da presença do momento angular (L) a partir do momento em que o corpo é rotacionado, ou seja $\omega > 0$. Aplicado a regra da mão direita para determinar a direção do (L)



Fonte: http:ilectureonline.com – *Mechanics the Gyroscope.* Acesso em 16 ago. 2016

O professor deve, neste momento, perguntar ao público presente o que acontecerá quando o aluno soltar a sua mão esquerda. A expectativa de resposta, com base no senso comum, é a de que a roda cairá devido ao seu peso. Todavia, se

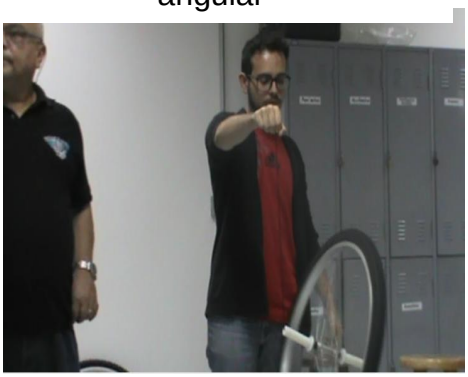
o grupo de alunos estiver atento e dominando a matematização dos conceitos, como apresentado na figura 80, no sentido da aprendizagem significativa, eles responderão que a roda irá rotacionar no sentido horário de quem olha este aluno, o que deverá ser considerado como correto e compatível com a modelagem matemática.

A roda da bicicleta deve ser colocada em movimento através do uso do motor elétrico e deve ser acelerada até a velocidade angular de $\omega = X\,rpm \Leftrightarrow Y\ {}^{rad}/_{S}$. Nesta etapa do experimento, os alunos já terão calculado um momento angular no sistema, cujo valor é de $L_{Roda\ Bicicleta} = Z\ \frac{kgm^2}{s}$. Sendo assim, espera-se que seja de concordância de todos que, se existe movimento angular, há alguma reação quando se tenta mudar a posição da roda.

Figura 81: Experiência 05. Demonstração (1) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular

Fonte: o autor

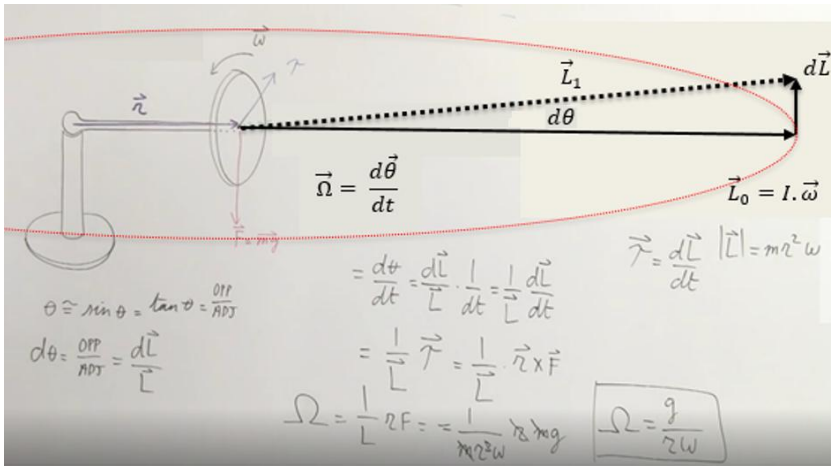
Figura 82: Experiência 05. Demonstração (2) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular



Fonte: o autor

Neste experimento, mostrado pelas figuras 81 e 83, o conhecimento prévio dos alunos deverá estar bem sustentado em alguns pilares, já referidos ao longo deste trabalho como subsunçores, sendo interessante ao professor solicitar que os mesmos construam um mapa conceitual em que, no topo, conste o tema “movimento circular uniforme”. Espera-se, desse mapa conceitual, que traga referências dos conhecimentos apropriados pelos alunos até o presente momento, em especial: velocidade linear e angular, torque, momento de inércia e momento angular.

Figura 83: Matematização do precessão

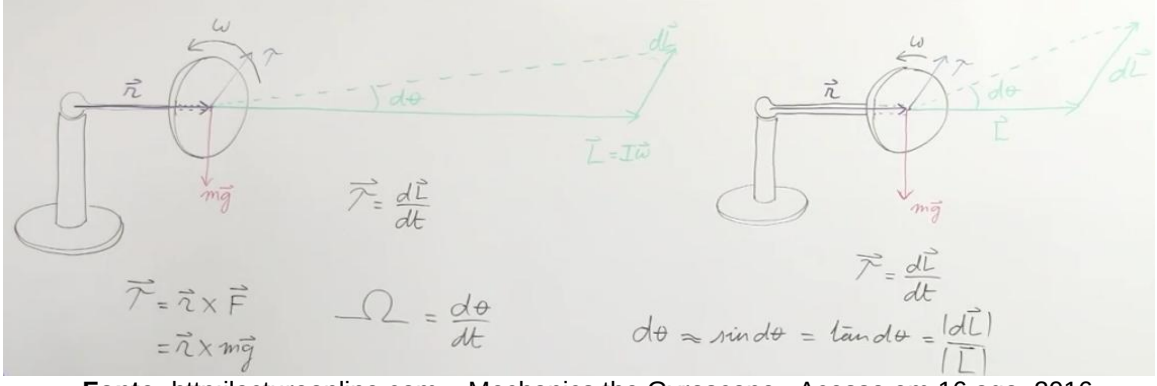


Fonte: http:ilectureonline.com – Mechanics the Gyroscope . Acesso 16 de ago. 2016

Cumpridas as etapas anteriores, o professor pode seguir para o experimento 5. Nesta etapa, deve ser solicitado ao aluno que estará assessorando o professor que retire a mão de apoio da roda de bicicleta para que todos possam comprovar a reação da roda em movimento, de acordo com o modelo matemático apresentado na figura 83 .

Com o encerramento da etapa visual do fenômeno, deve então ser apresentada aos alunos uma revisão da matematização do experimento 05. A partir desta apresentação, o professor pode realizar uma exposição matemática do fenômeno e questionar o grupo sobre o que acontecerá com a velocidade de rotação da precessão em função da diminuição da velocidade angular da roda de bicicleta. Esta questão deve ser colocada seguindo o princípio da verificação da aprendizagem significativa, ou seja, sem apresentar soluções ou caminhos prévios, exigindo raciocínio dos alunos.

Figura 84 : Matematização da velocidade de precessão



Fonte: http:ilectureonline.com – Mechanics the Gyroscope . Acesso em 16 ago. 2016

Espera-se que o resultado do questionamento seja um consenso de que a velocidade angular da roda de bicicleta provocará diminuição do valor do momento angular, conforme apresentado através do modelo matemático da figura 84, com o aumento do $d\theta$, e, consequentemente, aumento da velocidade de rotação da precessão.

1.5 Desenvolvimento do quinto encontro

1.5.1 Objetivos

a. Aula teórica
   i. Conservação de energia do momento angular

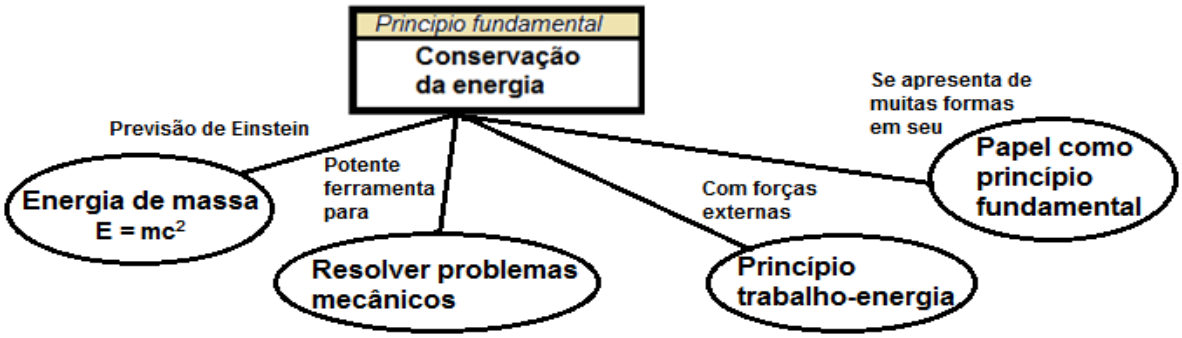
b. Aula prática - Experimentos
   i. Roda de bicicleta + Plataforma giratória + Halteres
      1. Conservação de energia do momento angular

1.5.2 Aula teórica sobre a conservação do momento angular

Sugere-se que se explore o capítulo: 4. Momento angular e conservação de momento angular. Devem também ser realizados os exercícios propostos no capítulo.

De início, o professor deve provocar uma discussão, junto ao grupo de alunos, embasada na Figura 85:

Figura 85: Conservação da energia



Fonte: o autor

Na sequência, deve ser apresentada a equação abaixo, que calcula a Conservação do Momento Angular com a variação do momento de inércia:

$$L_i = I_i\omega_i \;\Rightarrow\; L_f = I_f\omega_f \;\Rightarrow\; I_i\omega_i = I_f\omega_f \qquad - \; Equação\ 01$$

1.5.3 Aula prática – Experimento 06

O experimento 06 envolve os equipamentos didáticos: plataforma giratória de marca Cidepe (figura 86), dois pesos conhecidos como tipo halteres com 02 kg de massa cada um (figura 87), uma banqueta e um cronometro.

Figura 86 : Experiência 06. Plataforma giratória Cidepe

Fonte: o autor

Figura 87: Experiência 06. Peso conhecido como Alteres de 2kg de massa cada

Fonte: o autor

No experimento 06 o professor demonstrará a conservação do momento angular. Para tanto, um aluno será colocado sob uma plataforma girante, a qual apresenta o seu eixo sobre rolamentos – o que lhe afere um baixo coeficiente de atrito. O aluno, então, segurará, em cada uma das mãos, um halter de massa próxima a 2kg, com os braços recolhidos, o que representará o valor do raio no cálculo do momento de inércia. Após isto a plataforma será colocada para girar, suavemente, a, em média, 16 rotações por minuto (esta é uma velocidade angular segura e não causará mal estar no aluno).

Figura 88: Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 36 voltas por minuto com os braços recolhidos

Fonte: o autor

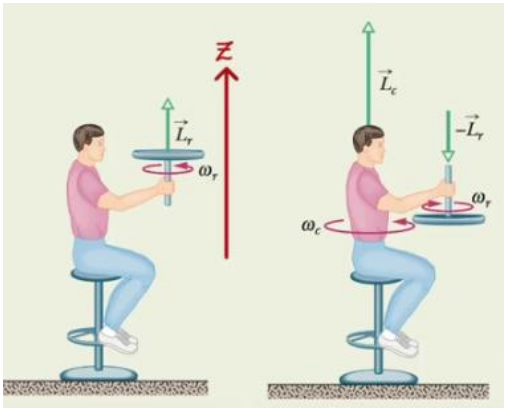
Figura 89: Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 10 voltas por minuto com os braços estendidos

Fonte: o autor

Para obter uma variação do momento de inércia, ou é proposto mudar a massa do aluno, conforme apresentado nas figuras 88 e 89, o que é muito difícil, ou muda-se a distribuição da massa já existente, solicitando ao aluno que abra os seus braços, que seguram os halteres. Com a abertura dos braços do aluno, alteramos, *grosso modo*, o valor de *r* , modificando, por conseguinte, o momento de inércia, vide equação abaixo:

$$I = m * r^2 \quad e\ ainda \quad L = I * \omega$$

Figura 90 : Demonstração da conservação do momento angular com roda de bicicleta



Fonte: http://midia.cmais.com.br. Acesso em 16 Ago. 2016

As equações abaixo demonstram a demonstração da conservação do momento angular com roda de bicicleta, apresentado através das figuras 90 , 91, 92 e 93.

$$L_i^Z = L_r - Situação\ em\ (a) \quad - \quad Equação\ 01$$

$$L_f^Z = L_c - L_r - Situação\ em\ (b) \quad - \quad Equação\ 02$$

$$L_i^Z = L_f^Z - Conservação\ do\ momento\ angular \quad - \quad Equação\ 03$$

$$L_r = L_c - L_r \quad - \quad Equação\ 04$$

$$L_c = 2L_r - Onde\ L_c = I_c\omega_c \quad - \quad Equação\ 05$$

Figura 91: Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta sem rotação

Fonte: o autor

Figura 92: Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CCW

Fonte: o autor

Figura 93: Experiência 08. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CW

Fonte: o autor

2 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Após o término do trabalho com a matéria, o professor pode aplicar novamente o “Teste de conhecimentos em física”, agora como pós-teste. O objetivo desta avaliação é medir se houve evolução do conhecimento do aluno após o contato com o material e com as práticas propostas neste estudo.

PARTE II – APOSTILA

MATERIAL PARA ALUNOS

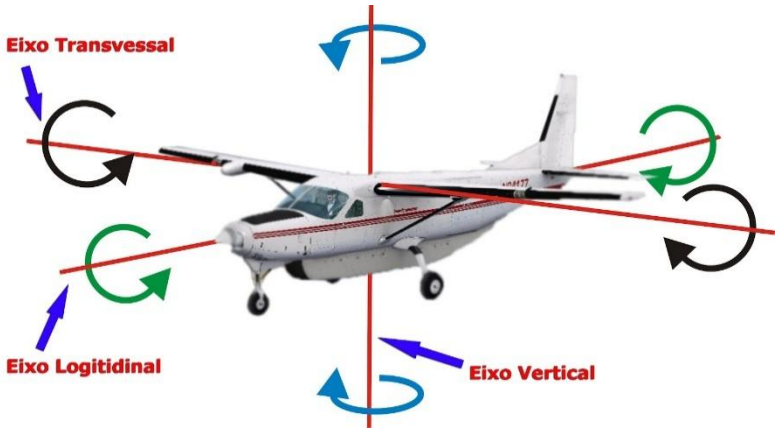
1. INTRODUÇÃO

Quando associamos a mecânica de manutenção a um movimento circular ao redor de um ponto, chamamos esse “ponto” de eixo. O eixo, por sua vez, pode ser real – eixo mecânico – ou imaginário. Em uma aeronave, os eixos longitudinal, transversal e vertical devem apresentar o seu equilíbrio estático e dinâmico.

Pensando no conceito de movimento circular no cotidiano de um técnico em manutenção de aeronaves em célula, é comum que este seja denominado Movimento de Rotação, pois é um movimento no qual todas as partículas de um corpo rígido (que, a princípio, não sofrem deformação) seguem na trajetória circular, cujo centro sempre será o eixo mecânico desta rotação. Fica a ressalva de que todas estas partículas têm a mesma abertura angular, pois tomam como base uma dada – e mesma – referência angular.

A Figura 1 apresenta os três eixos de rotação de uma aeronave, a partir da qual é possível observar a ocorrência do movimento circular.

Figura 1 – Movimentos de Rotação de uma aeronave



Fonte:http://sabordevoar.blogspot.com.br/2012/03/informacao-24-movimentos-de-um-aviao.html. Acesso em 12. Jan. 2017

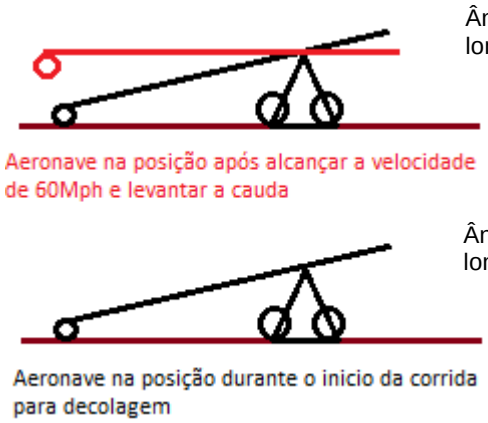
As figuras 2 e 3 trazem o movimento de rotação exemplificado por uma aeronave do tipo asa baixa com trem de pouso convencional já em seu processo de decolagem. No caso deste exemplo, o eixo longitudinal da aeronave rotaciona em torno do seu eixo transversal, tendo como referência angular o próprio plano Terra. Desta forma, a aeronave, ao iniciar a sua corrida para decolagem, apresenta um ângulo de 30^0 entre o eixo longitudinal e o plano da Terra. Durante a corrida de decolagem, no momento em que a aeronave alcança a velocidade de 60Mph, o piloto,

por meio da movimentação do manche, provoca um momento de rotação no sentido “CW”, o que causa a rotação do eixo longitudinal em torno do eixo transversal, alterando a abertura angular de 30^0 para próxima de 0^0 .

Figura 2 – Aeronave já com a cauda levantada

Fonte: http://www.risingbrasil.com.br/aeronaves.html. Acesso em 12. Jan. 2017

Figura 3 – Rotação do eixo longitudinal da aeronave



Fonte: o autor

Figura 4 – Movimento de rolagem e rotação da hélice

Fonte: http://www.risingbrasil.com.br/aeronaves.html. Acesso em 12. Jan. 2017

A Figura 4 apresenta uma aeronave de asa baixa com motor à reação. Nesta imagem temos duas condições do efeito de rotação: a primeira observa-se na realização do movimento de rotação do eixo transversal em torno do eixo longitudinal, manobra esta conhecida como “Toneaux”, que ocorre a uma razão de 4 RPM; a segunda observa-se na hélice, em uma razão de 2500 RPM.

Como visto, o movimento circular está presente o tempo todo na operação de uma aeronave. De maneira geral, o controle de uma aeronave se dá a partir de fragmentos de movimentos circulares, ou, fragmentos de rotação.

2. RELACIONANDO VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES

O componente que chamamos de Hélice (Figura 5) é uma máquina capaz de transformar a energia mecânica de um motor (presente em seu eixo virabrequim). Além disso, a hélice é composta por um conjunto de pás com um mesmo centro que, ao ser girado segundo o seu eixo, desenvolve a propulsão representada pela movimentação da massa de ar em baixas velocidades. Fica a ressalva de que cada pá descreve no espaço uma trajetória que é, de fato, uma hélice geométrica.

Figura 5 – A trajetória de uma hélice quadripá

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/H%C3%A9lice. Acesso em 12. Jan. 2017

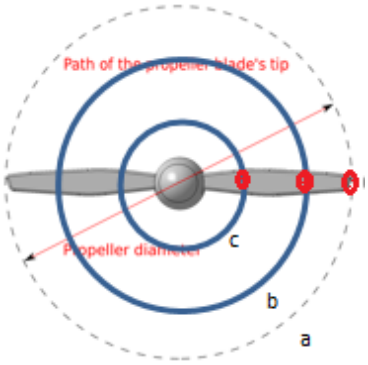
Este instrumento que, dependendo de sua montagem na aeronave, pode ser tratado como hélice de propulsão ou de tração, está acoplado a um motor e, em geral, empurra para trás o que está ao seu redor – neste caso, em particular, o fluido conhecido como ar atmosférico – convertendo, assim, a energia rotacional em translacional e deslocando a aeronave na qual se encontra acoplado. As pás de hélice agem como asas e produzem força, obedecendo ao princípio de Bernoulli e à 3ª lei de Newton, criando uma diferença de pressão entre as superfícies das pás.

Em uma hélice aeronáutica instalada em um motor em funcionamento, todas as partículas da hélice completam uma volta no mesmo intervalo de tempo, ou seja, todas as partículas têm a mesma velocidade angular e desenvolvem o mesmo deslocamento angular – neste caso, para uma volta completa, o deslocamento será de 360^0 .

Entretanto, a distância linear percorrida por cada um destes pontos que compõem a hélice, assim como a sua velocidade linear, ao longo de seu comprimento (raio), está em função do raio de cada um destes pontos. Este fato é demonstrado na

figura 6, na qual se pode observar que a velocidade linear é diretamente proporcional ao raio do ponto considerado.

Figura 6 – Trajetória ‘a’, ‘b’ e ‘c’ de uma hélice



Fonte: o autor

Com base na Figura 6 vemos que o comprimento da trajetória do ponto ‘a’ é maior do que a trajetória do ponto ‘b’, o qual, por sua vez é maior do que a trajetória do ponto ‘c’. Sabendo que os três pontos realizam o deslocamento angular de 360^0 no mesmo intervalo de tempo, pode-se supor que a velocidade linear do ponto ‘a’ é maior que a do ponto ‘b’, e que esta é maior que a do ponto ‘c’. A frequência com que um ponto se desloca em um movimento circular, ou rotação, é dada pela razão entre o número de voltas (deslocamento angular de 360^0) descritas por este corpo no espaço de um segundo. Podemos usar também o minuto como base de tempo, o que é até mais comum na área de trabalho, a RPM. Conclui-se, então, que, por exemplo, 12RPM indicam que um ponto de um corpo está realizando 12 rotações completas de 360^0 no espaço de um minuto (F = 12 RPM).

Neste momento, propomos algumas perguntas a partir de uma exposição matemática simples e objetiva.

a) Observando a equação abaixo, como posso determinar a frequência que gira um ponto qualquer de um corpo?

$$F_{(Frequência)} = \frac{N_{(Número\ de\ Voltas)}\ (Rotação)}{\Delta t_{(Intervalo\ de\ Tempo)}\ (segundos)}$$

b) Sabendo a frequência, como posso determinar o tempo necessário para que ocorra uma única rotação? Tome como exemplo a equação abaixo.

$$T_{(Tempo)} = \frac{1}{F_{(Frequência)}} \Leftrightarrow T_{(Tempo)} = \frac{\Delta t_{(Intervalo\ de\ Tempo)}}{N_{(Número\ de\ Voltas)}}$$

Exercícios propostos: relacionando variáveis lineares e angulares

1. Em uma hélice de 2 metros de diâmetro, qual a distância percorrida pela ponta da hélice ao completar uma volta completa?

2. Em uma hélice de 6 metros de diâmetro, qual a distância percorrida em um ponto que está a 60% do seu eixo central?

3. Em uma hélice de 8 metros de diâmetro, qual será a distância percorrida pela ponta da hélice em uma volta?

4. Em uma hélice com 3 metros de diâmetro com a rotação de 1000RPM, qual a velocidade linear de um ponto em qualquer uma de suas extremidades?

2.1 POSIÇÃO

O intervalo do espaço linear é considerado a partir do deslocamento de um corpo de uma posição conhecida como inicial até uma conhecida como posição final. A equação de definição do intervalo espaço linear é:

$$\Delta x_{(deslocamento\ linear)} = x_{final} - x_{incial}$$

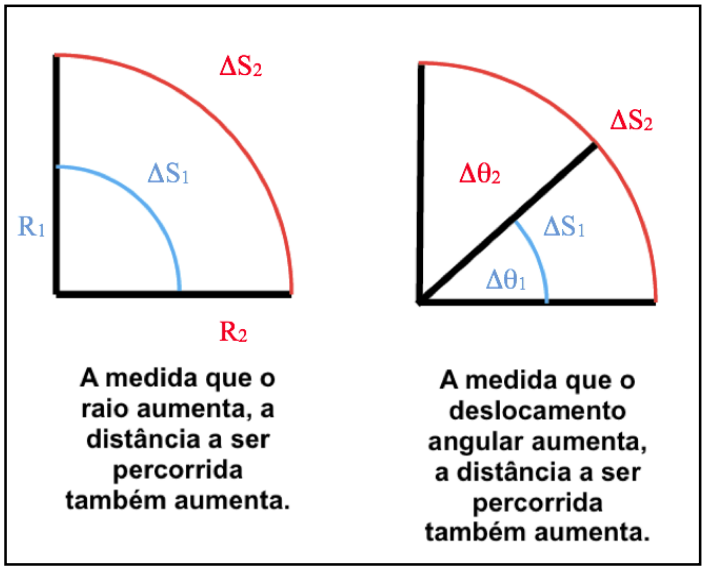
Assim sendo, o intervalo do espaço linear decorrente de uma mudança de posição é obtido a partir da diferença entre a posição final (x_{final}) e a posição inicial ($x_{inicial}$) deste corpo. O deslocamento angular, por sua vez, é definido de forma bastante análoga ao espaço linear, vide equações abaixo:

$$\Delta\theta_{(deslocamento\ angular)} = \theta_{final} - \theta_{inicial} \quad ou\ então$$

$$\Delta\theta_{(deslocamento\ angular)} = \Delta S_{(Espaço\ angular)} \ / \ R_{(Raio)}$$

Seguindo a linha de pensamento do espaço linear, é possível também obter o espaço angular pela diferença entre o ângulo final (θ_{final}) e o ângulo inicial $\theta_{(inicial)}$, conforme a figura 7.

Figura 7 - Relação entre posição linear e angular



Fonte: o autor

2.2 VELOCIDADE

A velocidade linear média de um corpo é expressa pela razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para cumprir esta distância, como mostra a equação abaixo:

$$\boldsymbol{v}_{(\boldsymbol{velocidade\ Linear\ Média})} = \frac{\Delta \boldsymbol{s}_{(\boldsymbol{Espaço\ percorrido})}}{\Delta \boldsymbol{t}_{(\boldsymbol{Intervalo\ de\ Tempo\ gasto})}}\ \boldsymbol{m}/\boldsymbol{s}$$

Normalmente, o cálculo da velocidade linear média é feito em metros por segundo (m/s), quilômetros por hora (Km/h), etc.

O raciocínio para se obter o valor da velocidade angular média é análogo; utilizaremos a letra grega ω para representar a velocidade angular e θ para representar o ângulo, vide equação abaixo:

$$\boldsymbol{\omega}_{(\boldsymbol{Velocidade\ Angular\ Média})} = \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}_{(\boldsymbol{Intervalo\ Angular})}}{\Delta \boldsymbol{T}_{(\boldsymbol{Intervalo\ Tempo})}}\ .$$

A unidade de medida utilizada para o cálculo da velocidade angular média, de maneira geral, é radianos por segundo, $Rad/_s$, rotações por minuto $R/_m$, ou rotações por segundo $R/_m$, como demonstrado nas equações abaixo:

$$v_{linear} = \frac{d_{(distância)}}{T_{(tempo)}} \quad onde\ d \Leftrightarrow c_{(Comprimento\ Circunferência)} = 2.\pi.r$$

$$\Rightarrow v_{linear} = \frac{2.\pi.r}{T_{(Tempo)}}\ m/_s$$

$$v_{linear} = \frac{2\pi\ .r}{T} \quad sendo \quad F = \frac{1}{T} \implies v_{linear} = 2\pi\ .r(m).F\left(1/_s\right)$$

$$Sempre\ lembrando\ que\ 2.\pi = 360^0$$

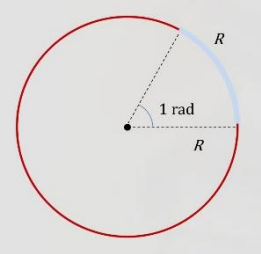
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}\ \left(^\circ/_s\right)\ ou\ ainda\ \ \frac{2.\pi}{T}\ \left(1/_s\right)$$

A medida de um radiano, como mostra a figura 08, é expressa pela relação entre o comprimento de um arco e o raio de uma circunferência. O radiano é a unidade padrão para medida angular e deriva do Sistema Internacional de Medidas. Neste

sentido, π radianos é equivalente à metade da circunferência de um círculo, e 2π radianos é o comprimento da circunferência do círculo. Seguindo o raciocínio:

$$2\pi.rad = 360° \rightarrow rad = \frac{360°}{2\pi} \rightarrow rad = \frac{180°}{\pi} \rightarrow rad = 57{,}296°$$

Figura 8 – Relação entre o Raio e Radiano



Fonte: o autor

Convertendo os radianos para graus:

$$Graus = x_{radianos} \times \frac{180}{\pi}.$$

Convertendo os graus para radianos:

$$Radianos = x_{graus} \times \frac{\pi}{180}.$$

Exercícios Propostos - Velocidade

1. Qual a máxima velocidade média linear, em km/h, a ser alcançada na extremidade de uma hélice que possui um diâmetro de 3 metros e uma rotação máxima de 1750RPM?

2. Uma aeronave percorre uma distância de 280 Km em 47 minutos. Calcule a sua velocidade linear média.

3. Uma aeronave fabricada pela Boeing, modelo 737-800, tem a velocidade Vr (velocidade de rolagem / decolagem) de 140 Kt (nós). Seus pneus do trem de pouso principal têm 1,5m de diâmetro. A partir disto, responda:
   (a) Qual é a velocidade média linear dos pneus no momento da decolagem em Km/h?
   (b) Qual é a velocidade angular (rad/s) dos pneus no mesmo instante?

4. Uma aeronave fabricada pela Cessna, modelo 172R, mede 8,28m de comprimento, e está pousando na pista 33R do Aeroporto Internacional de Boston. Quando cruza a pista 24L, a aeronave está voando a 55 kt e leva 2s para cruzar a mesma. Qual é a largura da Pista 24L?

5. Um Embraer Ipanema vai da pista de operação até a plantação, que fica a 3 km de distância, porém, ao chegar ao destino, percebe um problema no motor e resolve, por questões de segurança, retornar imediatamente à pista. Supondo que a aeronave fez o trajeto com uma velocidade média de 120km/h e que, na volta à pista, enfrentou um vento contrário de 2m/s, determine o tempo total gasto em voo pela aeronave. Considere o voo em linha reta e desconsidere qualquer manobra necessária.

2.3 ACELERAÇÃO

A variação na velocidade é chamada de aceleração, e a aceleração média linear pode ser descrita como:

$$\boldsymbol{a_{média}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta \boldsymbol{t}}.$$

Assim, se um helicóptero que estava em voo pairado começa a se mover para frente, este tem uma aceleração média linear na direção do movimento diferente de 0. Já a aceleração angular média, representado pela letra grega α (alpha), é expressa como:

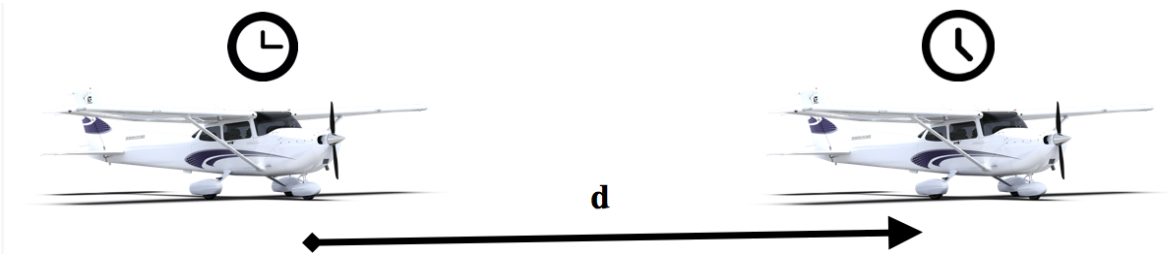
$$\boldsymbol{\alpha_{média}} = \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta \boldsymbol{t}}$$

A aceleração angular pode ser observada, e ouvida, por exemplo, ao dar a partida em um motor Rolls-Royce Trent 1000, um turbofan desenvolvido pela fábrica inglesa Rolls-Royce e encontrado no moderno jato da Fábrica Boeing, modelo 787 Dreamliner.

Também podemos descrever a aceleração média linear de um pneu (Figura 9), por exemplo, como:

$$\boldsymbol{a_{média\ linear}} = \boldsymbol{\alpha_{angular\ média}} \cdot \boldsymbol{r_{raio}}$$

Figura 9 - Representação de deslocamento x tempo



Fonte: o autor

Exercícios Propostos - Aceleração

1. Uma aeronave estava parada na cabeceira da pista esperando por autorização para decolagem. 15 segundos depois, a aeronave tinha percorrido 1.200 metros. Qual é a aceleração média da aeronave?

2. Um helicóptero está voando a 180 km/h quando avista seu heliporto de destino a 500 m de distância. O piloto, então, diminui a velocidade para 80 km/h em 20 segundos. Qual a aceleração do helicóptero?

2.4 MOMENTO LINEAR

Momento linear é a grandeza física que possibilita entender a transferência de movimento. A unidade deste momento é kg·m/s e é representada por $\vec{p}$, por ser uma grandeza vetorial. A quantidade de momento linear relaciona a massa de um corpo com sua velocidade, como mostra a equação abaixo:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Entretanto, o que faz os corpos acelerarem ou desacelerarem (acelerar na direção oposta)? O impulso, que é representado por $\vec{I}$, e muda a velocidade de um objeto. O impulso descrito pela equação abaixo:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}.$$

2.5 MOMENTO DE INÉRCIA

Momento de inércia é a tendência que um corpo tem de permanecer em seu estado inicial, a menos quem uma força aja sobre ele. Por exemplo, um satélite em órbita, onde o atrito com o ar é mínimo, tende a permanecer na mesma órbita eternamente (isto não acontece porque existe variação na força gravitacional da Terra).

Existe, ainda, uma resistência à mudança no movimento rotacional, também chamada de momento de inércia angular. Como característica, temos que, quanto mais próxima a massa de um corpo estiver do eixo de rotação, menor será o momento de inércia; em contrapartida, quanto mais afastada a massa do eixo de rotação, maior será o momento de inércia. A equação que representa o momento de inércia é:

$$I = \sum m \cdot r^2$$

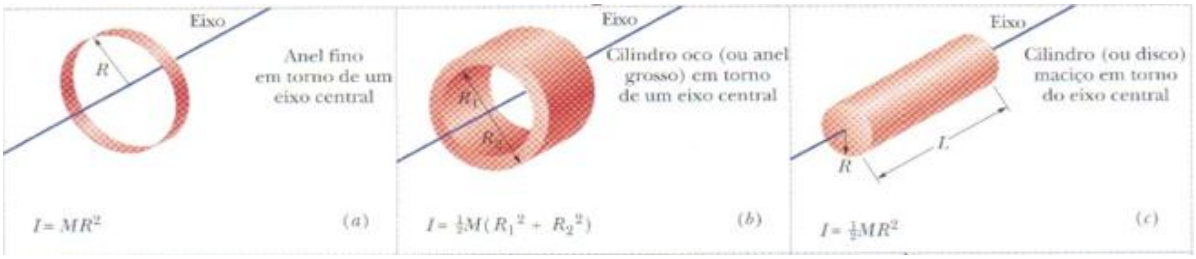
Em que **m é** a massa de um corpo a uma distância **r** do eixo de rotação.

Para objetos de corpo rígido (com número grande de partículas), o momento de inércia é definido pela equação abaixo:

$$\boldsymbol{I = \int r^2\, dm.}$$

Como esses cálculos são complexos, é comum achar tabelas como a da Figura 10, que mostram os resultados dessa integração para algumas formas geométricas.

Figura 10 – Fórmulas para o cálculo do momento de inércia



Fonte: o autor

2.6 PERÍODO E FREQUÊNCIA

Período é o intervalo de tempo mínimo para que um fenômeno cíclico se repita. A unidade de medida utilizada para um período é o tempo (segundo, minuto, hora, etc.). A Frequência representa quantas vezes um fenômeno ocorre em uma unidade de tempo, a unidade mais utilizada para representar esse fenômeno é o Hertz: 1Hz é igual a 1 repetição por segundo. No movimento circular, a frequência é o número de rotações por segundo, equivalente à velocidade angular. Podemos converter Hertz para rad/s da seguinte forma:

$$\text{Hz} = {}^{rotação}/_{seg} \;\rightarrow\; 1\ \text{rotação} = 2 \cdot \pi.\,\text{rad} \;\rightarrow\; \text{Hz} = 2\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{x}\,{}^{rad}/_{s} = \text{Hz}\,.\,2\pi\ .$$

Exemplo:

A hélice de uma aeronave de asa fixa, em marcha lenta, gira com uma frequência de 13Hz (780RPM). Convertendo esta frequência para rad/s teremos:

$$x\,\frac{rad}{s} = Hz\,.\,2\pi \;\rightarrow\; 13 \times 2\pi = 81{,}68\,rad/s$$

Exercícios Propostos – Período e Frequência

1. O tacômetro de um monomotor está marcando 1500 rpm. Determine a frequência em Hertz e o período em segundos deste corpo.
2. Determine a frequência e o período para 1000, 1200, 1800 e 2000 rpm.

3 TORQUE

O torque pode ser definido como a ação de girar ou torcer de uma força. As unidades de medida do torque são libra-polegada (lbf.in), libra-pé (lbf.ft) e a unidade do SI é Newton-metro (N. m). O torque é medido em unidade de força e distância, ou seja, a quantidade de força aplicada vezes a distância entre o centro do eixo de rotação e o local da força aplicada.

O torque é representado pela letra grega τ (tau) e é descrito pela equação:

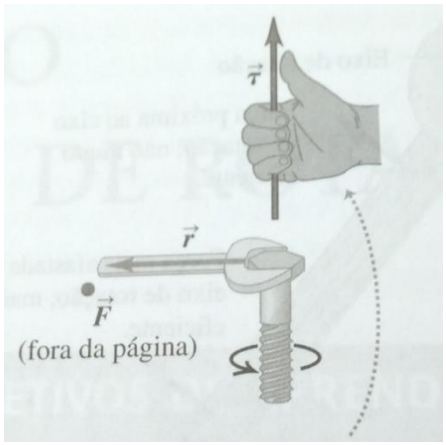
$$\tau = r\,Fsen(\theta)$$

Na qual F é a força sendo aplicada, r é a distância entre a linha da força e o centro do eixo e θ é o ângulo formado entre eles. Na forma vetorial o torque é dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

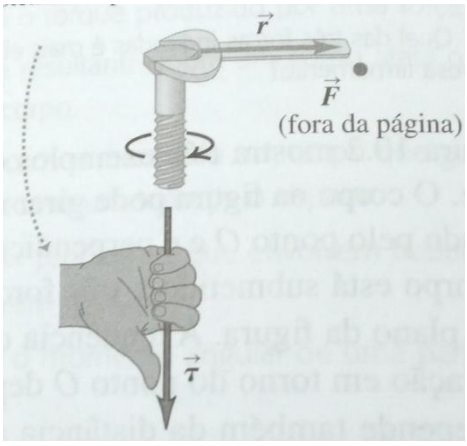
O sentido do vetor de torque respeita a regra da mão direita, na qual apontamos os dedos na direção do braço de força e, em seguida, curvamos na direção da força. Nestas circunstâncias, ao estender o polegar, ele apontará para a direção do torque, como mostram as figuras 11 e 12.

Figura 11 - Rotação sentido anti-horário



Fonte: o autor

Figura 12 - Rotação sentido horário

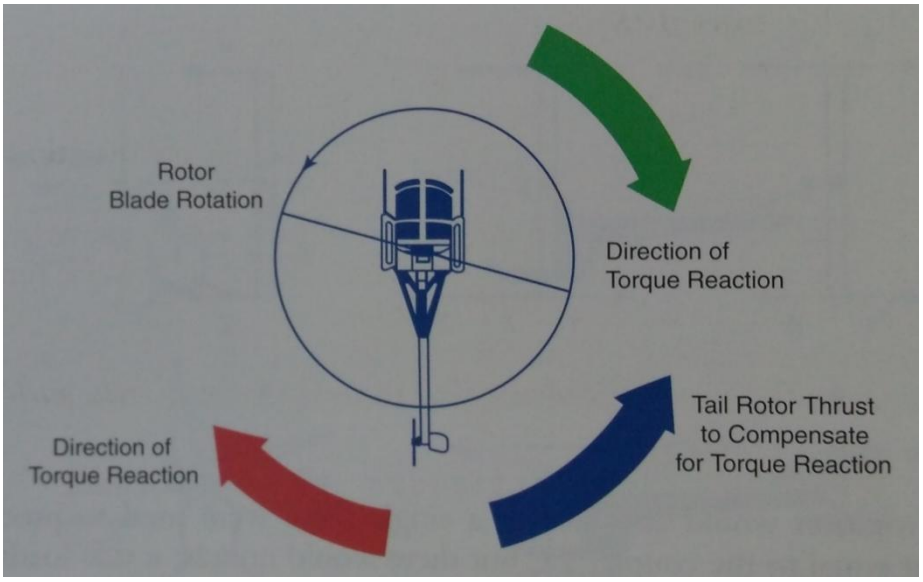


Fonte: o autor

O torque pode ser observado e sentido em helicópteros equipados com um rotor principal. Ao girar, a fuselagem do helicóptero tende a girar na direção oposta à

rotação do rotor principal, por isso é necessário um sistema de compensação de torque. O mais comum destes é o rotor de calda, que gera empuxo na direção oposta daquela que a fuselagem tende a girar. Como pode ser visto na figura 13:

Figura 13 - Reação do torque (Helicóptero)



Fonte: o autor

A figura 13 mostra como o torque está diretamente relacionado à rotação, quanto maior a frequência, maior o torque e, consequentemente, maior a reação do torque.

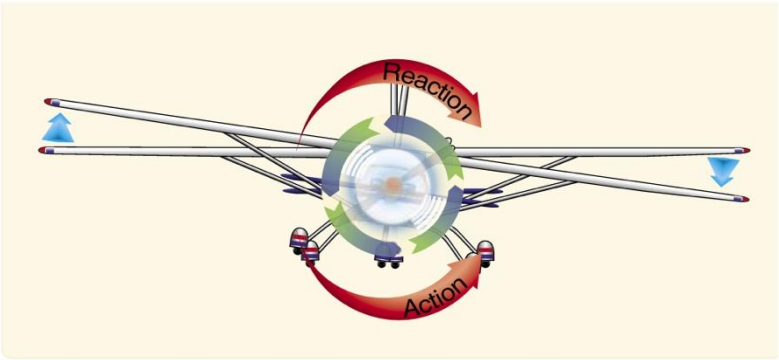
Figura 14 – Christen Eagle II

Fonte: o autor

Outro exemplo, que pode ser observado nas Figuras 14 e 15, é que em aeronaves que utilizam hélice, por exemplo, o Christen Eagle II. A hélice de seu motor

gira para a direita, portanto, ao dar mais potência no motor, a aeronave tende a rolar para a esquerda.

Figura 15 - Reação de torque (avião)



Fonte: o autor

4 MOMENTO ANGULAR E CONSERVAÇÃO DE MOMENTO ANGULAR

Momento angular é a grandeza equivalente ao momento linear, porém para rotação. Ele representa a quantidade de movimento associado a um objeto em rotação em torno de um eixo e é descrito pela equação:

$$l = mr^2\omega$$

Na equação acima, $\boldsymbol{l}$ é o momento angular de uma partícula, $\boldsymbol{m}$ é a massa, $\boldsymbol{r}$ é o vetor posição em relação ao eixo de rotação e $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular.
O momento angular total de um corpo girando em torno de um eixo fixo é a soma de todos os momentos angulares, que é representado pelo $\boldsymbol{L}$ maiúsculo. Na equação abaixo, $\boldsymbol{I}$ é o momento de inércia de um corpo.

$$L = I\omega$$

Para definir a direção do momento angular, seguimos a regra da mão direita, na qual o polegar aponta a direção do vetor momento angular.

A conservação do momento angular é sempre constante, isso quer dizer que:

$$L_{inicial} = L_{final}$$

Ou seja, o momento angular inicial é igual ao final. Um exemplo clássico do momento é uma bailarina girando no gelo: a bailarina gira mais rápido com os braços fechados do que com os braços aberto, isso acontece porque, quando ela está com os braços abertos, seu momento de inércia é maior do que quando com os braços fechados. Sendo assim, a velocidade angular deve ser menor para se manter essa igualdade. Fato semelhante a este ocorre quando há um carregamento em uma aeronave e o centro de gravidade (CG) não fica fora dos limites pré-estabelecidos pela fabricante da aeronave.

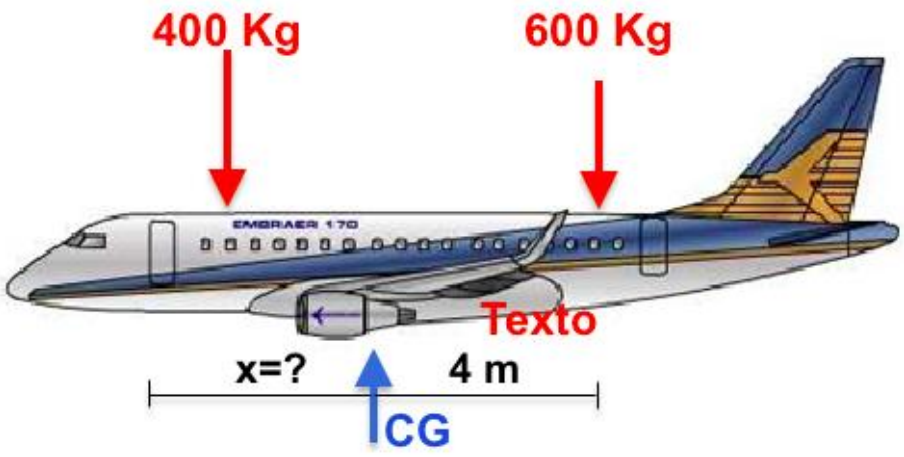
Ao decolar, a aeronave tenderá a girar na direção do CG em relação ao eixo da aeronave. Por exemplo, se o CG estiver deslocado para a frente da aeronave, a aeronave tenderá a abaixar o nariz, rotacionando em torno do seu eixo transversal.

Similarmente, se houve consumo desigual do combustível contido nas asas da aeronave, a aeronave tende a rolar sobre seu eixo longitudinal.

Exercícios Propostos – Momento angular e conservação de momento angular

1. Se uma pessoa utiliza 5 N de força para fechar uma porta de 0,75 m de largura aplicando uma força perpendicular a ela, calcule o momento dessa força em relação ao eixo da porta.
2. Na figura 16, temos duas cargas em uma aeronave: de 400 kg e 600 kg. Precisamos manter o centro de gravidade no local apontado. Qual deverá ser a distância do ponto de CG desejado da carga de 400kg?

Figura 16 - Cargas em um Embraer 170



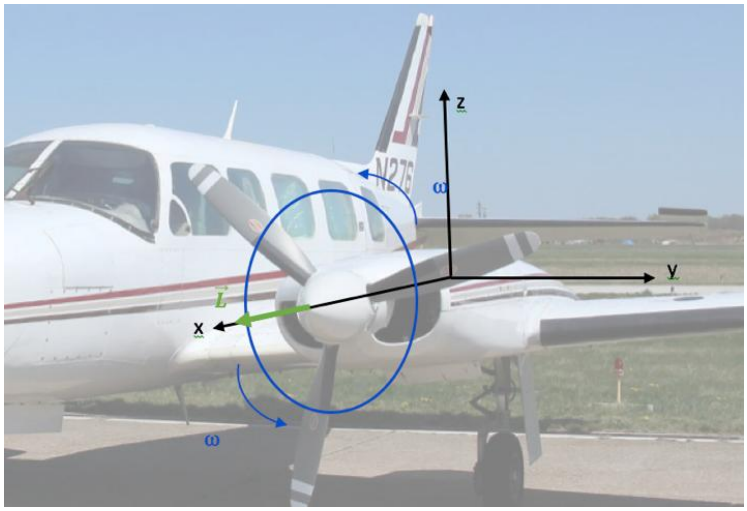
Fonte: o autor

3. Uma aeronave tem 25m de envergadura, sendo 3m de fuselagem. Se adicionarmos um tanque de ponta de asa que, quando cheio, pesa 750N, qual será o momento na ponta da asa em relação à raiz?

5 PRECESSÃO GIROSCÓPICA

Em função da rotação de um objeto em torno de um eixo, temos uma força resultante, o momento angular (L), e sua direção respeita a regra da mão direita. O eixo x, de acordo com as figuras 17 e 18, é paralelo ao eixo longitudinal da aeronave, que vai da calda ao nariz; o eixo y é paralelo ao transversal, de uma ponta a outra das asas; por fim, o eixo z é paralelo ao eixo vertical da aeronave.

Figura 17 – Precessão giroscópica na hélice a partir do diagrama de forças



Fonte: o autor

Entretanto, temos uma força externa ao sistema, que é a força da gravidade agindo em direção ao centro da Terra. Se imaginarmos que o eixo de rotação da hélice está a uma distância **r** do apoio do motor, temos o vetor $\vec{r}$, que tem um angulo α em relação à força da gravidade. Isso gera um torque que será perpendicular a ambas as forças e que será direcionado para a esquerda do motor, respeitando a regra da mão direita. O módulo do torque será:

$$\tau = mg \cdot r \cdot sen(\alpha)$$

Entretanto, o vetor:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

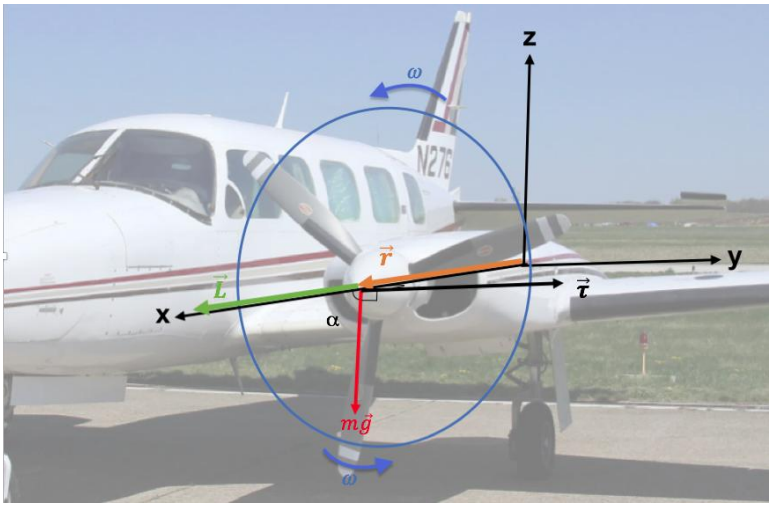
Além disso:

$$\vec{\tau} \cdot \vec{L} = 0$$

Portanto, $\vec{L}$ mantém seu módulo constante e gira “perseguindo” o vetor $\vec{\tau}$. O nome deste fenômeno é precessão. É possível calcular a velocidade angular da precessão, que é representada pela letra grega **Ω** (ômega maiúsculo) com a seguinte equação:

Na equação acima, **m** é a massa, **g** é a força da gravidade, **r** é o braço de alavanca, **α** é o ângulo, **I** é o momento de inércia e **ω** é a velocidade angular em que a hélice está girando.

Figura 18 - Diagrama de forças agindo no motor em funcionamento



Fonte: o autor

Outro exemplo semelhante é o de uma aeronave de trem de pouso convencional (Figura 19). Neste caso, temos “duas” decolagens: a primeira decolagem é a da calda da aeronave, quando o piloto empurra o manche para frente, abaixando o nariz da aeronave, que, nesse caso, levantará a calda da aeronave. Nesse momento, o plano de rotação da hélice é levado à frente, promovendo a precessão giroscópica que fará a aeronave virar para a esquerda, forçando o piloto a contrabalancear esse movimento, aplicando o leme, para fazer o nariz da aeronave

voltar ao centro da pista. Depois de chegar à velocidade de decolagem, a aeronave sairá do solo.

Figura 19- Aero Boero (Trem de pouso convencional)

Fonte: o autor

Esse mesmo efeito acontece com os paramotores (Figura 20), que são como parapentes nos quais o piloto tem um motor com hélice acoplado a suas costas. Enquanto o piloto corre para decolar e dá potência no motor, a precessão giroscópica tende a fazê-lo girar para um lado, o que, muitas vezes, pode causar acidentes.

Figura 20 - Paramotor em voo

Fonte: o autor

Situação similar também acontece, em menor escala, em voo, ao aumentar a potência, ou ao pousar, como na família ATR, por exemplo.

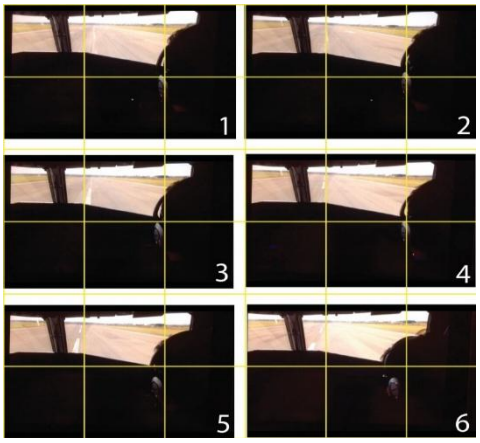
O ATR72-600 (figura 21), ao pousar e aplicar o passo reverso na hélice, aumenta o RPM para 100%, o que gera mais torque e o movimento de precessão giroscópica.

Figura 21 - ATR72-600 em voo

Fonte: o autor

A sequência de fotos (figura 22) a seguir mostra um pouso de um ATR72-600 em Campo Grande, MS, em 2014, sem vento. Nas imagens, podemos observar o nariz da aeronave dirigindo-se para a esquerda e voltando ao centro porque está sendo corrigido pelo Auto-Trim da aeronave. Ao observar a distância entre o divisor de janela central e a marcação central da pista vê-se que, em um primeiro momento, o nariz da aeronave vai para a esquerda e, logo, retorna ao centro. A sequência de imagens foi retirada do vídeo particular cedido pelo Comandante Henrique Pires.

Figura 22 – Efeito giroscópico dos motores em um ATR72



Fonte: Vídeo particular cedido pelo Comandante Henrique Pires

Exercícios Propostos

1. A aeronave acrobática Zivko Edge 540 V3 (figura 23), utilizada pelo piloto Muroya no campeonato mundial de corrida aérea, possui uma hélice Hartzell com pás de 1,98m de diâmetro, que operam a 1500 RPM. Calcule:

Figura 23 - Zivko Edge 540 V3

Fonte: o autor

   a. A frequência da hélice em Hertz;
   b. O período de rotações da hélice;
   c. A velocidade angular da hélice;
   d. A velocidade linear na ponta das pás da hélice;
   e. Qual seria o RPM máximo de trabalho dessa hélice, levando em conta a velocidade do som de 340 m/s.

REFERÊNCIAS CONSULTADAS

COPELLI, M; 11.7 Precessão do giroscópio e a curva da bicicleta. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1aHoC1EB6oU>. Acesso em: 14 mar, 2017.

HALLIDAY; RESNICK; WALKER. Rotação. In: HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Fundamentos da Física**, 8ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, v.1, 2008. p. 259-294.

HALLIDAY; RESNICK; WALKER. Rolamento, Torque e Momento Angular. In:_____.(Org.) **Fundamentos da Física**, 8ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, v.1, 2008. p. 295-326.

YOUNG, H.; FREEDMAN, R. Dinâmica do Movimento de Rotação. In: Young, Freedman. (Org.). **Física 1**: Mecânica, 12ª edição. São Paulo: Pearson, v.1, 2011. p. 316-354.

RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DA APOSTILA

RELACIONANDO VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES

1. Em uma hélice de 2 metros de diâmetro, qual a distância percorrida pela ponta da hélice ao completar uma volta completa?

R: Para achar a distância percorrida, devemos encontrar a circunferência do círculo percorrido pela ponta da hélice. A Fórmula da circunferência é $C = 2\pi \cdot r$, portanto,

$$C = 2\pi \cdot 1$$
$$C = 6{,}28\, m$$

2. Em uma hélice de 6 metros de diâmetro, qual a distância percorrida em um ponto que está a 60% do seu eixo central?

R: O raio da hélice é de 3 metros, portanto, 60% será 1,8 metros do centro, ou:

$$C = 2\pi \cdot 1{,}8$$
$$C = 11{,}3\, metros$$

3. Em uma hélice de 8 metros de diâmetro, qual será a distância percorrida pela ponta da hélice?

R: Mesmo raciocínio da pergunta 1: 8m de diâmetro é igual a 4m de raio.

$$C = 2\pi \cdot 4$$
$$C = 25{,}13\, m$$

6 Em uma hélice com 3 metros de diâmetro com a rotação de 1000RPM, qual a velocidade linear de um ponto em qualquer uma de suas extremidades?

R: o raio é igual a 1,5 metros e a frequência é igual à rotação em segundos, que equivale a 16,7 RPS. Assim sendo:

$$v_{linear} = 2.\pi.F.r$$
$$v_{linear} = 6{,}28.\left(\frac{1000}{60}\right).1{,}5 = 157{,}3\ {}^{m}/_{s}$$

VELOCIDADE

1. Qual a máxima velocidade linear, em km/h, a ser alcançada na extremidade de uma hélice que possui um diâmetro de 3 metros e uma rotação máxima de 1750RPM?

Resposta:

O raio é igual a 1,5 metros e a frequência é igual á rotação em segundos, que equivale a 29,17 RPS. Assim sendo:

$$v_{linear} = 2.\pi.F.r$$

$$v_{linear} = 6{,}28.(\frac{1750}{60}).1{,}5 = \ 274{,}78 \ {}^{m}/_{s}$$

$$v_{linear} = 274{,}78 \ . \ \ 3600 \ = 989{,}2 \ {}^{km}/_{h}$$

2. Uma aeronave percorre uma distância de 280 Km em 47 minutos. Calcule a sua velocidade média.

Resposta:

A velocidade média é a razão entre a distância percorrida em metros e o tempo gasto em segundos, portanto a razão entre 280.000 m e 2820 segundos, logo;

$$v = \frac{280000m}{2820s} = 99{,}3 \ m/s \ \therefore 357{,}45 \ km/h$$

3. Uma aeronave Boeing 737-800 tem velocidade Vr (velocidade de rolagem / decolagem) de 140 Kt (nós). Seus pneus do trem de pouso principal têm 1,5m de diâmetro.

(Questão 3.a) Qual é a velocidade linear dos pneus no momento da decolagem em Km/h?

Dados:

Velocidade de rolagem = 140 kt

Raio do pneu = 0,75m

1 kt = 1,8 km/hr então 140kt = 252 km/h ou então 70 m/s,

Resposta da questão 3.a.:

A velocidade linear será portanto, 252 km/h.

(Questão 3.b) Qual é a velocidade angular (rad/s) dos pneus no mesmo instante?

$$Comprimento\ da\ circunferência\ do\ pneu = 2\pi r\ \therefore C = 2\pi * 0{,}75m = \ 4{,}71m$$

$$Velocidade\ linear\ do\ pneu = 70\ m/s$$

$$\frac{70\ m}{4{,}71m} = X\ ^{rotações}/_{segundo}$$

$$X = 14{,}86\ ^{rotações}/_{segundo}$$

$$1\ rotação/segundo = 2\pi rad/segundo$$

$$14{,}86\ r/s * \ 2\pi rad/s = 29{,}72\ \pi rad/s$$

Resposta da questão 3.b.:

A velocidade angular é de $29{,}72\ \pi rad/s$.

4. Um Cessna 172 mede 8,28m de comprimento e está pousando na pista 33R do Aeroporto Internacional de Boston, quando cruza a pista 22L, está voando a 55 kt, e leva 2s para cruzar a mesma. Qual é a largura da Pista 22L?

Resposta:

V=55 kt x 1,8km/h = 99 km/h ÷3,6 = 27,5 m/s

$$V_{média} = \frac{L(avião) + L(pista\ 22L)}{\Delta t}$$

$$27{,}5m/s = \frac{8{,}28m + L(pista)}{2\ s}$$

$$27{,}5 \cdot 2 = 8{,}28 + L(pista)$$

$$55 - 8{,}28 = L(pista)$$

$$46{,}72\ m = Largura\ da\ pista\ 22L$$

5. Um Embraer Ipanema vai da pista de pouso até a plantação, que fica a 3 km de distância, porém precisa voltar imediatamente por motivo de pane. Supondo que a aeronave fez o trajeto com uma velocidade média de 120km/h e que, na volta à pista, enfrentou um vento contrário de 2m/s, determine o tempo total gasto em voo pela

aeronave. Considere o voo em linha reta e desconsidere qualquer manobra necessária.

R: Dados: d=3 Km ou 3000 metros, V= 120 km/h ou 33,33 m/s e Vento contrário = -2 m/s

IDA:

$$V_{med} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{ida}} \rightarrow 33{,}33\ m/s = \frac{3000}{\Delta t_{ida}} \therefore \Delta t_{ida} = \frac{3000}{33{,}33}$$

$$\Delta t_{ida} = 90s$$

VOLTA:

A velocidade de volta é de 33,33 m/s, menos o vento contrário de 2 m/s, portanto 31,33 m/s.

$$V_{med} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{volta}} \rightarrow 31{,}33\ m/s = \frac{3000}{\Delta t_{volta}} \therefore \Delta t_{ida} = \frac{3000}{31{,}33}$$

$$\Delta t_{ida} = 95{,}75s$$

Sendo assim, tempo total é o tempo de ida (90s) somado ao tempo de volta (95,75s), totalizando 185,75s.

ACELERAÇÃO

1. Uma aeronave estava parada na cabeceira da pista esperando por autorização para decolagem, 15 segundos depois, a aeronave tinha percorrido 1.200 metros. Qual é a aceleração média da aeronave?

   R: Dados: ∆S=1200 m, t=15 s, Vo=0

   Podemos utilizar $\Delta S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$

   $$1200 = 0 \cdot 15 + a \cdot \frac{15^2}{2}$$

   $$\rightarrow 1200 = 0 + a \cdot 112{,}5$$

   $$\rightarrow \frac{1200}{112{,}5} = a$$

   $$\rightarrow a = 10{,}66\ m/s^2$$

2. Um helicóptero está voando a 180 km/h, quando avista seu heliporto de destino a 500 m de distância. O piloto, então, diminui a velocidade para 80 km/h em 20 segundos. Qual a aceleração do helicóptero?

   R: Dados: Vo=180 km/h = 50m/s

   V=80 km/h = 22,22 m/s

   ∆t=20 s

   Equação a ser usada:

$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$, sendo que ∆v=v-vo ou ∆v = 80 – 180.

∆v=-100 km/h ou -27,78 m/s.

Portanto, $a = \frac{-27{,}78}{20} \rightarrow a = -1{,}389\ m/s^2$.

A aceleração é negativa porque a aeronave está diminuindo a velocidade.

PERÍODO E FREQUÊNCIA

1. O tacômetro do de um monomotor está marcando 1500 rpm. Determine a frequência em Hertz e o período em segundos.

R:$frequência = 1500 \div 60$

$$f = 25\ Hertz$$

$$Período = \frac{1}{25}$$

$$T = 0{,}04\ s$$

2. Frequência e Período

1000: f= 16,67 Hz / T= 0,06 s

1200: f= 20 Hz / T= 0,05 s

1800: f= 30 Hz / T= 0,033 s

2000: f= 33,33 Hz / T= 0,03 s

MOMENTO ANGULAR

1. Se uma pessoa utiliza 5 N de força para fechar uma porta de 0,75 m de largura aplicando uma força perpendicular a ela, calcule o momento dessa força em relação ao eixo da porta.

$$\tau = Fd$$
$$Momento = 5N \cdot 0{,}75m$$
$$= 3{,}75\ Nm$$

2. Na figura abaixo, temos duas cargas em uma aeronave, de 400 kg e 600 kg. Precisamos manter o centro de gravidade no local apontado. Qual deverá ser a distância do ponto de CG desejado da carga de 400kg? *g = 9,8 m/s^2.

R: Força agindo no ponto do Centro de Gravidade,

$$M = 600 \cdot 9{,}8 \cdot 4 = 23520\ Nm$$
$$23520 = 400 \cdot 9{,}8 \cdot X$$
$$\rightarrow 23520 = 3920\ X$$
$$\rightarrow \frac{23520}{3920} = X$$
$$\rightarrow X = 6\ m$$

3. Uma aeronave tem 25m de envergadura, sendo 3m de fuselagem. Se adicionarmos um tanque de ponta de asa que, quando cheio, pesa 750N, qual será o momento na ponta da asa em relação à raiz?

R: Dados: 25m de envergadura menos 3m de fuselagem, temos 22m de asa, cada asa tem 11m. Portanto,

$$M = 750 \cdot 11$$
$$= 8250\ Nm$$

em cada ponta de asa em relação a sua respectiva raiz.

PRECESSÃO GIROSCÓPICA

A aeronave acrobática Zivko Edge 540 V3, utilizada pelo piloto Muroya no campeonato mundial de corrida aérea, possui uma hélice Hartzell com pás de 1,98m de diâmetro, que opera a 1500 RPM. Calcule:

a. A frequência em Hertz;
b. O período de rotações;
c. A velocidade angular da hélice;
d. A velocidade linear na ponta das pás da hélice;
e. Qual seria o RPM máximo de trabalho dessa hélice, levando em conta a velocidade do som de 340 m/s.

a) Frequência:

$$F = {}^{1500rpm}/_{60s} = 25\ Hz$$

b) Período:

$$T = {}^{1}/_{F} \quad \rightarrow \quad T = {}^{1}/_{25\ Hz} \quad \rightarrow \quad T = 0{,}04\ s$$

c) Velocidade angular (ω):

$$\omega = 2\pi f \quad \rightarrow \quad \omega = {}^{2\pi}/_{T} \quad \rightarrow \quad \omega = 2\pi \cdot 25 \quad \rightarrow \quad \omega = \ 50\pi\ rad/s$$

d) Velocidade linear:

$$v = \omega \cdot r \quad \rightarrow \quad v = 50\pi \cdot 0{,}99 \quad \rightarrow \quad v = 155{,}5\ m/s$$

e) RPM máxima:

$$v_{max} = \omega \cdot r \quad \rightarrow \quad 340 = x \cdot \pi \cdot 0{,}99 \quad \therefore \quad x = \frac{340}{0{,}99\pi}$$

$$x = 109{,}32\ \pi\ rad/s$$

$$\omega = {}^{2\pi}/_{T} \rightarrow 109{,}32\ \pi\ rad/s = \frac{2\pi}{T} \ \rightarrow \ T = \frac{2\pi}{109{,}32\ \pi\ rad/s} \rightarrow$$

$$T = 0{,}018\ s$$

$$T = \frac{1}{f} \ \rightarrow \ 0{,}018 = \frac{1}{f} \ \therefore f = \frac{1}{0{,}018} \quad f = 55{,}55\ Hz$$

$$f = \frac{RPM}{60s} \quad \rightarrow \quad 55{,}55 = \frac{RPM}{60} \quad \therefore \quad RPM = 55{,}55 \cdot 60 \quad \rightarrow$$

$$RPM_{max} = 3333{,}33$$